



Photo by Gayatri Malhotra on Unsplash

מאפיינים משותפים של חמש מדינות בעלות שיעור מצטיינים גבוה במתמטיקה: אסטוניה, הולנד, סינגפור, סלובניה וקנדה מميزات مشتركة لخمس دول فيها نسبة عالية من المتفوقين في الرياضيات: إستونيا، هولندا، سنغافورة، سلوفينيا وكندا

מחברת: נועה לורבר  
אוגוסט 2020  
המחקר שלהלן נערך ועובד בהזמנת קרן טראמפ

**tf** THE TRUMP  
FOUNDATION  
קרן טראמפ

מרכז לידע ולמחקר בחינוך  
מركز معلومات وبحث في التربية والتعليم  
Center for Knowledge and Research in Education  
האקדמיה הלאומית הישראלית למדעים



על הפקת המחקר אמון צוות היוזמה:  
ד"ר תמי חלמיש אייזנמן: מנהלת  
ד"ר עדו ליטמנוביץ: עורך תוכן  
מוריה יזרעאלב: עורכת הפרסומים  
אילה ולודבסקי-יובל: אחראית על הנגשת חומרים וידע ארגוני דוח  
אמונה כרמל: עיצוב גרפי

כמו כן השתתפו בתהליך ההפקה:  
תמי בורשטיין: עריכת לשון  
לירון רובינס: תרגום מאנגלית לעברית  
נסים ח'ורי: תרגום לערבית

בכל שימוש במסמך זה או ציטוט ממנו יש לאזכר את המקור כדלקמן: לורבר, נ' (2020).  
**מאפיינים משותפים של חמש מדינות בעלות שיעור מצטיינים גבוה במתמטיקה: אסטוניה,  
הולנד, סינגפור, סלובניה וקנדה.** ירושלים: יוזמה - מרכז לידע ולמחקר בחינוך.

לקבלת סקירה נרחבת של החינוך המתמטי בכלל המדינות ובה מראי מקום בגוף הטקסט,  
יש ליצור קשר עם מחברת המסמך, נועה לורבר: [noa@wellspringrsrch.com](mailto:noa@wellspringrsrch.com)

## תוכן עניינים

4	תקציר
5	מלֶכֶס
6	תודות
8	מבוא
13	חלק א':
13	1. תיאור המאפיינים המשותפים לחמש המדינות שנסקרו
20	2. דיון
22	3. סיכום
24	חלק ב': תיאור הוראת המתמטיקה כל אחת מהמדינות שנסקרו
24	4. הוראת מתמטיקה באסטוניה - רקע וממצאים
30	5. הוראת מתמטיקה בהולנד - רקע וממצאים
37	6. הוראת מתמטיקה בסינגפור - רקע וממצאים
43	7. הוראת מתמטיקה בסלובניה - רקע וממצאים
49	8. הוראת מתמטיקה באונטריו שבקנדה - רקע וממצאים
55	רשימת מקורות ונספחים

**תוצאות מבחן פיז"ה 2018 (PISA Test)**, שהתפרסמו בדצמבר 2019, חשפו הידרדרות נוספת בהישגיהם של תלמידים בישראל במתמטיקה. לפיכך החליטה קרן טראמפ כי יש לזהות אילו אסטרטגיות הוראה ננקטות במערכות חינוך המצויות בראש טבלת ההישגים במתמטיקה במבחן פיז"ה ומתאפיינות בשיעור מצטיינים גבוה במתמטיקה. לצורך כך נבחרו המדינות אסטוניה, הולנד, סינגפור, סלובניה וקנדה. כדי להבין אסטרטגיות אלו לעומקן, הן נבחנו בשלושה ערוצים: סקירת המחקר הקיים בנושא הוראת מתמטיקה באותן מדינות, פרסומים רשמיים של כל אחת מהמדינות וקיום ראיונות עומק עם מורים ועם חוקרי חינוך מתמטי ממדינות אלו. התרומה של המחקר הנוכחי לגוף הידע בנושא טמונה באימות שהתבצע בין שלושה מקורות ידע אלו ובקבלת תמונה מקיפה על הוראת המתמטיקה בכל אחת מן המדינות.

המחקר כלל 20 ראיונות עומק חצי-מובנים מקוונים עם מורים למתמטיקה לתלמידים בני 12-15 ועם חוקרי חינוך מתמטי בחמש המדינות. המראיינים קראו סקירת ספרות שנכתבה על הוראת המתמטיקה במדינתם ותיקנו אותה על פי היכרותם עם המערכת. בניתוח תוכן איכותני של הראיונות עלו שישה מאפיינים המשותפים להוראת המתמטיקה בחמש המדינות:

1. למידה המותאמת ליכולות התלמידים ולהישגיהם;
2. הכשרת מורים ברמה גבוהה ופיתוח מקצועי מתמשך נרחב לאורך הקריירה;
3. דגש על למידה חווייתית של תחום הדעת;
4. שימוש בשפה המתמטית בכתב ובעל פה;
5. למידה מבוססת חקר;
6. למידה בהקשר אמיתי.

אף שמאפיינים אלו היו דומיננטיים בכלל המדינות שנסקרו, הם באו לידי ביטוי בדרכים שונות בכל אחת מהן. זאת ועוד, ששת המאפיינים הללו לא היו המאפיינים היחידים של הוראת המתמטיקה בכל אחת מהמדינות, ואפיינו גם מדינות שהישגי תלמידיהם במבחן פיז"ה לא היו גבוהים. למרות כל ההסתייגויות הללו, אפשר להצביע על תפיסות הוליסטיות דומות של תחום הדעת במערכות החינוך שנסקרו, ובהן השאיפה לבסס את ההוראה על יישומים של מחקר בתחום הוראת מתמטיקה. לפיכך הרציונל של מאפייני הוראת המתמטיקה כפי שהעידו עליו המורים למתמטיקה וחוקרי החינוך המתמטי, לצד הדוגמאות ליישומם, משמשים קרקע פורה לפרשנות של מאפיינים אלו ואף לסיוע בפיתוחם בישראל.

## ملخص

**نتائج امتحان بيزا 8102 (tseT ASIP)**، والتي نُشرت في كانون الأول 9102، كشفت عن تراجع إضافي في تحصيلات طلاب إسرائيل في الرياضيات. بناءً عليه، قرّر صندوق ترامب أنّه يجب تحديد استراتيجيات التدريس المثبّعة في جهاز التربية، والموجودة في رأس قائمة التحصيلات في موضوع الرياضيات في امتحان بيزا، والتي تتميز بنسبة عالية من المتفوقين. لهذا الغرض، تمّ اختيار الدول التالية: إستونيا، هولندا، سنغافورة، سلوفينيا وكندا. لفهم هذه الاستراتيجيات بشكل معمّق، تمّ اختبارها من ثلاثة جوانب: دراسة البحث القائم حول موضوع تدريس الرياضيات في تلك الدول، المنشورات الرسمية لكلّ دولة من هذه الدول وإجراء مقابلات معمّقة مع معلّمين وباحثين في مجال التربية الرياضية في تلك الدول. مساهمة البحث الحالي للمعرفة والإلمام في الموضوع يكمن في التحقّق الذي جرى بين ثلاثة مصادر معلومات وفي الحصول على صورة شاملة عن تدريس الرياضيات في كلّ دولة من الدول.

شمل البحث 02 مقابلة معمّقة شبه بنويّة إلكترونيّة مع معلّمي رياضيات للطلاب بأعمار 51-21 ومع باحثين في مجال التربية الرياضية في الدول الخمس. قرأ المستطلعون أدبيات علميّة حول تدريس الرياضيات في دولتهم، وعدلوا وفقاً لمعرفتهم وإلمامهم بالنظام. من خلال تحليل معمّق وشامل لمضمون المقابلات، تبين أنّ هناك ستّ ميزات مشتركة لتدريس الرياضيات في الدول الخمس:

1. تعلّم يتلاءم مع قدرات الطلاب وتحصيلاتهم؛
2. تأهيل المعلّمين على مستوى عالٍ وتطويرهم مهنيًا بشكل دائم وموسّع طيلة مسيرتهم المهنية؛
3. تسليط الضوء على تعلّم الموضوع العلمي بشكل شيق وممتع؛
4. استعمال لغة الرياضيات كتابيًا وشفهيًا؛
5. تعلّم يستند إلى الأبحاث؛
6. التعلّم في سياق حقيقي.

برغم أنّ هذه الميزات كانت مسيطرة في كلّ الدول التي تمّ استعراضها، إلا أنّها برزت وانعكست بطريقة مختلفة في كلّ دولة ودولة. كما وأنّ هذه الميزات الستّ لم تكن الميزات الوحيدة لتدريس الرياضيات في كلّ دولة من تلك الدول، بل أنّها ميّزت أيضًا الدول التي لم تكن تحصيلات طلابها عالية في امتحان بيزا. برغم كلّ هذه التحفظات، يمكن الإشارة إلى مفاهيم شاملة مشابهة في المجال العلمي في أجهزة التربية التي تمّ استعراضها، إذ تهدف هذه المفاهيم إلى التدريس بالاستناد إلى تطبيقات بحثية في مجال تدريس الرياضيات. بالتالي، فإنّ الأساس المنطقي لمميزات تدريس الرياضيات كما أشار إليه معلّمو الرياضيات والباحثون في مجال التربية الرياضية، بالإضافة إلى الأمثلة المقترحة للتطبيق، يعتبران بمثابة أساس خصب لتحليل هذه المميزات، ويساعدان أيضًا على تطويرها في إسرائيل.

التقرير التالي يهدف إلى التعرّف على استراتيجيات تدريس الرياضيات المشتركة لأجهزة التربية التي حصلت على أفضل النتائج في امتحان بيزا، والتي تتميز بنسبة عالية من المتفوقين في الرياضيات. في البحث تمّ اختبار خمس دول: إستونيا، هولندا، سنغافورة، سلوفينيا وكندا.

تمّ اختبار استراتيجيات التدريس في هذه الدول من خلال دراسة البحث القائم والمنشورات الرسمية حول موضوع تدريس الرياضيات في تلك الدول، وأيضًا من خلال إجراء مقابلات معمّقة مع عشرين معلّمًا وباحثًا في مجال التربية الرياضية في الدول المختارة.

من هذه المقابلات ودراسة البحث وهذه المنشورات الرسمية، تبين أنّ هناك ستّ ميزات مشتركة لتدريس الرياضيات في هذه الدول الخمس:

1. تعلّم يتلاءم مع قدرات الطلاب وتحصيلاتهم؛
2. تأهيل المعلّمين على مستوى عالٍ وتطويرهم مهنيًا بشكل دائم وموسّع طيلة مسيرتهم المهنية؛
3. تسليط الضوء على تعلّم الموضوع العلمي بشكل شيق وممتع؛
4. استعمال لغة الرياضيات كتابيًا وشفهيًا؛
5. تعلّم يستند إلى الأبحاث؛
6. التعلّم في سياق حقيقي.

كما ويمكن الإشارة إلى مفاهيم شاملة مشابهة في موضوع الرياضيات في الدول التي تمّ استعراضها، وأحد هذه المفاهيم هو التدريس في المدارس بالاستناد إلى الأبحاث الأكاديمية في مجال تدريس الرياضيات. مميزات تدريس الرياضيات التي تبينّت من المقابلات التي أجريت مع المعلّمين والباحثين في مجال التربية الرياضية، بالإضافة إلى الأمثلة المقترحة للتطبيق والبحث العلمي في المجال - جميعها عوامل تعتبر بمثابة أساس خصب لتحليل هذه المميزات، وتساعد أيضًا على تطويرها في إسرائيل.

## תודות

**יוזמה - מרכז לידע ולמחקר בחינוך מודה לרביד דר ולקרין תמר שפרמן מקרן טראמפ על הליווי והתמיכה במהלך העבודה.**

כמו כן היוזמה מודה למורים ולחוקרי החינוך אשר תרמו מן הידע שלהם למחקר זה:

### אסטוניה

אן אסמטס, מורה למתמטיקה בבית הספר התיכון Kilingi-Nõmme Gymnasium בפרנו. פרופ' מאדיס לפיק, ראש הפקולטה למתמטיקה ופרופסור לדידקטיקה מתמטית בפקולטה לטכנולוגיות דיגיטליות באוניברסיטת טאלין.

טרין נורקויב, מנכ"לית בית הספר למורים חדשים.

לי רטספ, מורה לאנגלית בבית הספר התיכון Kilingi-Nõmme Gymnasium בפרנו.

רין סאאר, מורה למתמטיקה בבית הספר התיכון Tallinna Reaalkool בטאלין.

הליקה טויקה, מורה למתמטיקה בבית הספר היסודי Lügánuse school בלוגנוס.

אניקה וולט, מורה למתמטיקה בבית הספר היסודי Lycee de Tallinn בטאלין.

### הולנד

ג'וליאנה קוטסיריאן, מורה למתמטיקה בבית הספר התיכון Zaanlands Lyceum בזנדם.

ואוטר לודן, מורה למתמטיקה בבית הספר התיכון St. Michaël College בזנדם.

ד"ר סוניה אברנטס גרסיה פלהא, מרצה באוניברסיטת אמסטרדם למדעים ישומיים (Amsterdam University of Applied Sciences), חוקרת במרכז למחקר חינוך יישומי, לשעבר חוקרת במכון פרודנטל ומורה למתמטיקה בתיכון.

הנק ון דר קוי, חבר סגל במכון פרודנטל, לשעבר מתאם מתמטיקה ומדע בוועדה הלאומית לבחינות לאומיות וכותב תוכניות לימודים.

יספר ון דר סחורס, מורה למתמטיקה בבית הספר התיכון Maimonides באמסטלפיין.

אריק ון הארן, מורה למתמטיקה בבית הספר התיכון Booxmeer בבוקסמיר.

הסטר פוחלס, מורה למתמטיקה בבית הספר התיכון Academia Tien באוטרכט.

### סלובניה

דיוויד גייסר, מורה למתמטיקה בבית הספר התיכון Gimnazija Maribor II ממריבור.

ד"ר ברברה יפלי פוסיץ', מתאמת לאומית עבור מחקרי TALIS וחברת סגל במכון למחקרי חינוך בליובליאנה.

הנקה לביק, מורה למתמטיקה בבית הספר התיכון Gimnazija Vič בליובליאנה.

רוק ליפניק, מורה למתמטיקה וסגן מנהל בבית הספר התיכון Gimnazija Celje – Center בצליה.

אנדראה רובינק, מורה למתמטיקה בבית הספר היסודי Oskar Kovačič בליובליאנה.

## קנדה

לינדי אמטון, מנהלת התחום המקצועי בפדרציית המורים של אונטריו באונטריו.

קרייג גאטרי, יועץ להוראת מתמטיקה ומנטור למורי מתמטיקה, לשעבר מורה למתמטיקה בכיתות ח' וחבר בוועד בתי הספר Greater Essex County District באונטריו.

ג'ודי מנדגליו, הנשיאה הנבחרת וחברת מועצת המנהלים של איגוד הוראת המתמטיקה של אונטריו, יו"ר שותפה בוועדת ההיגוי של פורום Fields MathEd, לשעבר מורה למתמטיקה בתיכון וחברה בוועד בתי הספר Peel District באונטריו.

קייל פירס, יועץ להוראת מתמטיקה מגיל גן ועד כיתות י"ב, לשעבר מורה למתמטיקה בתיכון וחבר וועד בתי הספר Greater Essex County District באונטריו.

ד"ר אופירה רול, חוקרת דיאלוג ומרצה בחינוך.

בשנים האחרונות מתמודדים קובעי מדיניות בתחום החינוך בישראל עם אתגר: העלאת אחוז התלמידים הלומדים במגמת מתמטיקה לבגרות מורחבת. מאז שנת 2013 הושקו בישראל שלוש רפורמות להעלאת שיעור הנרשמים למגמת מתמטיקה מורחבת (בהיקף של 5 יחידות לימוד) ושיעור הניגשים לבחינת הבגרות ברמה זו: בשנת 2013 הייתה זו היוזמה "5 פי 2", בשנת 2014 יצאה לדרך התוכנית "מתמטיקה תחילה", ובשנת 2015 הושקה התוכנית "לתת חמש".

השאיפה לשפר את הישגי התלמידים בתחום המתמטיקה נובעת מהישגיה הלא מחמיאים של ישראל במדדי ההישגים הבין-לאומיים. כיום המדד הבין-לאומי הנחשב ביותר בכל הנוגע להישגי תלמידים במתמטיקה הוא מחקר פיז"ה (הידוע יותר בשם "מבחן פיז"ה") (Deng & Gopinathan, 2016). מבחן זה, שעורך הארגון לשיתוף פעולה ופיתוח כלכלי (OECD), נועד להעריך עד כמה רכשו תלמידים בני 15-16 שלושה סוגי אוריינות: אוריינות קריאה, אוריינות מתמטית ואוריינות מדעית. אוריינות מתמטיקה, על פי הגדרת פיז"ה, היא יכולתו של הפרט לזהות את התפקיד של המתמטיקה בעולם ולהבין אותה, לפעול בה על פי שיקולים מבוססים ולהשתמש במתמטיקה באופנים המתאימים לחיי הפרט של אזרח מודע, אחראי, מועיל ובעל יכולת להתבונן בנעשה סביבו ולהגיב עליו (OECD, 2006). במבחן פיז"ה האחרון, אשר התקיים במרץ 2018, דורגה ישראל במקום ה-41 במתמטיקה מבין 78 המדינות אשר השתתפו במחקר (ובמקום ה-32 מבין 37 המדינות החברות ב-OECD)<sup>1</sup>. שיעור התלמידים המצטיינים במתמטיקה, כלומר אלו שהישגיהם במבחן פיז"ה היו גבוהים מאוד, נותר נמוך ממוצע ה-OECD, ושיעור התלמידים ברמות הבקיאיות הנמוכות - אלו שהישגיהם במבחן פיז"ה היו נמוכים מאוד - נותר גבוה ממוצע ה-OECD (OECD, 2019a).

מלבד מדידת רמת התלמידים באוריינות מתמטית, מודד מבחן פיז"ה גם נתונים בנוגע למדיניות החינוך במדינות השונות באמצעות שאלונים שממלאים, בין היתר, מנהלים של בתי ספר. נתונים העולים משאלוני מדיניות החינוך משקפים פרספקטיבת מקרו וקשורים במידה מועטה בלבד למתרחש בכיתות הלימוד. כמו כן המידע שהתקבל מהשאלונים אינו כולל את הנורמות, את סדרי העדיפויות ואת נקודות המבט של המורים למתמטיקה בכל מדינה. על כן תוצאות מבחן פיז"ה אינן מספקות תמונה מעמיקה דייה של המאפיינים האחראים לשיעורים גבוהים של מצטיינים במתמטיקה.

לא נראה שאפשר להצביע על דגם הוראה יחיד הקשור להצלחתן של מדינות בהוראת המתמטיקה - דגמים שונים ואולי אף מנוגדים מאפיינים מדינות בעלות הישגים גבוהים בתחום דעת זה (ליבל, לרמן, עצמון הכט ושולגה-רז, 2018). בשל הרצון ללמוד ממדינות המצליחות בהוראת מתמטיקה ובקידום מצטיינים במתמטיקה, ולנוכח העובדה שאין די ידע באשר לאסטרטגיות התומכות בהצלחה ובהצטיינות, המחקר הנוכחי מבקש להבין כיצד מורים למתמטיקה מחמש המדינות שהוזכרו לעיל, מסבירים את הישגיהם הגבוהים של תלמידיהם במבחני פיז"ה ואת ההצלחה של מדינותיהם במבחנים אלו. הבנה זאת תסייע לנו בגיבוש אסטרטגיות הוראה מיטביות ובקידום תלמידים מצטיינים במתמטיקה.

שני פרמטרים סייעו לנו בבחירת חמש המדינות: ממוצע ציונים גבוה ושיעור מצטיינים גבוה במבחן פיז"ה במתמטיקה. מתוך 15 המדינות המובילות בשני פרמטרים אלו נעשה מאמץ לבחור תמהיל מדינות אשר שונות זו מזו במשתנים כגון גודל אוכלוסייה, מיקום גאוגרפי, תוצר מקומי גולמי, שיטת ממשל ושיעור מהגרים באוכלוסייה. במקרה של קנדה, שבה יש עשר פרובינציות, מחקר זה התמקד באונטריו, אשר מייצגת את קנדה באופן מיטבי הן משום היותה הגדולה ביותר

1 ויאטנם השתתפה במבחן, אך בשל בעיות בתוקף הנתונים שנאספו, לא התפרסמו תוצאותיה בפז"ה 2018.



מבחינת מספר תושבים, הן משום שהציון הממוצע של תלמידיה ושיעור המצטיינים במתמטיקה בה זהים לאלו של קנדה כולה, הן משום שהרפורמות החינוכיות שלה משמשות מודל לחיקוי עבור יתר הפרובינציות.

טבלה 1: ממוצע ההישגים במתמטיקה ושיעורי המצטיינים במבחן פיז"ה בשנת 2018 - אסטוניה, הולנד, סינגפור, סלובניה, קנדה וישראל

מדינה	דירוג על פי ציון ממוצע במתמטיקה מכלל 78 המדינות שהשתתפו במבחן פיז"ה 2018	דירוג על פי שיעור המצטיינים במתמטיקה מבין 78 המדינות שהשתתפו במבחן פיז"ה 2018	אחוז המצטיינים במתמטיקה מכלל התלמידים שהשתתפו במבחן פיז"ה 2018
אסטוניה	8	12	15.5
הולנד	9	7	18.5
סינגפור	2	2	37
סלובניה	13	14	13.6
קנדה (אונטריו)	12	13	15.3
ישראל	41	31	8.8
OECD	-	-	11

הערות: ממוצע הישגי התלמידים במתמטיקה ושיעור המצטיינים במתמטיקה נמצאו זהים בקנדה רבתי ובפרובינציית אונטריו.

מקור: OECD, 2019a, table I.B1.8, I.B1.11

על אף שבכל המדינות שנסקרו התלמידים הם בעלי הישגים גבוהים מאוד במבחן פיז"ה, לא ניתן להצביע על מתכון אחד להצלחה. המדינות שנסקרו במחקר זה שונות זו מזו במבנה הלימודים בכלל ובלימודי המתמטיקה בפרט. במדינות מסוימות יש הפרדה מבנית בין שלושה שלבי חינוך (יסודי, חטיבת ביניים ותיכון), ואילו במדינות אחרות עוברים התלמידים ממסגרת לימוד המשלבת בית ספר יסודי, הכולל חטיבה צעירה וחטיבת ביניים כמקשה אחת, היישר לתיכון. מסיבה זו בני ה-15 המשתתפים במבחן פיז"ה הם לעיתים תלמידי חטיבת ביניים ולעיתים תלמידי תיכון. כמו כן משך חינוך החובה שונה במדינות אלו. בלימודי המתמטיקה מקובלת חלוקה לרמות לימוד (הקבוצות) או למסלולי לימוד נפרדים על פי יכולות התלמידים, אך חלוקה זו נעשית בכל אחת מן המדינות בגיל אחר. בחלק מהמדינות יש הסללה למסלולי לימודים נפרדים, וממנה נגזרת גם רמת הלימודים במתמטיקה (ליבל ועמיתים, 2018).

## מבחן פיז"ה

פיז"ה הוא מבחן בין-לאומי להערכת האוריינות של תלמידים בני 15 בשלושה תחומים עיקריים: קריאה, מתמטיקה ומדעים. המחקר, שעורך הארגון לשיתוף פעולה ופיתוח כלכלי (OECD), בוחן את המיומנויות ואת הידע של התלמידים בראי האתגרים שאיתם יתמודדו בתור מבוגרים. מטרתו המרכזית להעריך יכולות הנחשבות חיוניות להשתתפות מלאה - אזרחית ותעסוקתית - בחברת המידע שבה אנו חיים (Bertrand & Ischinger, 2010). בעזרת קריטריונים זהים שנמדדים בקביעות, המחקר מצביע על מגמות חינוכיות בין-לאומיות על פני רצף הזמן. המבחן מודד עד כמה התלמידים מוכנים להתמודד עם אתגרים עתידיים; האם הם מסוגלים למצוא, לנתח ולהציג מידע; עד כמה הם יכולים ליישם בחיי היום-יום את הידע ואת המיומנויות שרכשו (בהקשר האישי,

החברתי והבין לאומי); והאם הם יכולים לפתור בעיות מורכבות המצריכות שילוב בין תחומים שונים (ברצלבסקי, ליפשטט וחילו, 2019).

המבחן נערך מדי שלוש שנים. בכל בחינה נבחנים שלושת התחומים, אך בדגש מיוחד על אחד מהם. לצידם נבחן בכל פעם גם תחום חדשני מתחלף כגון אוריינות פיננסית. ישראל משתתפת במבחן פיז"ה החל משנת 2006. מאז הצטרפותה התמקד המבחן במתמטיקה פעם אחת בלבד, בשנת 2012. מבחן פיז"ה כולל שלושה סוגי שאלונים. נוסף על שאלון המבחן התלמידים ממלאים שאלון העוסק ברקע האישי שלהם ובעמדותיהם בנוגע לתחום הדעת העיקרי שנמדד באותה שנה. מנהלי בתי ספר ממלאים שאלון שלישי העוסק בסגל המורים, בעמדותיהם, במדיניות בית ספרית, בנהגים בית ספריים וכדומה (School Questionnaire for PISA, 2017). המידע אשר נאסף בשני שאלונים אלה אמור לסייע בהסברת השונות בהישגי המדינות ולהצביע על היבטים במדיניות חינוכית המועילים לחינוך.

הציונים במבחן פיז"ה מוצגים על סולם בעל ממוצע של 500 נקודות וסטיית תקן של 100 נקודות. תוצאות הנבחנים נמדדות בסולם של 7 רמות מיומנות: רמות 6 ו-5 מעידות על הצטיינות, רמה 4 מעידה על מיומנות גבוהה, רמות 3 ו-2 מעידות על מיומנות בינונית ורמה 1 או 0 מעידות על תת-הישגיות, שמשמעה מחסור בכישורים הנחוצים לתפקוד מלא בחברה.

תלמידים ברמה 1 מסוגלים לזהות מידע ולענות על שאלות העוסקות בהקשרים מוכרים כאשר כל המידע הרלוונטי מוצג בפניהם באופן ברור.

תלמידים ברמה 2 יכולים לפרש מצבים בהקשרים המצריכים הסקה ישירה ולהוציא מידע רלוונטי ממקור מידע אחד באמצעות מודל ייצוג אחד. תלמידים אלו מסוגלים להשתמש באלגוריתמים, בנוסחאות ובהליכים בסיסיים ולהציע פרשנות לפתרונותיהם בכתב.

תלמידים ברמה 3 יכולים להוציא אל הפועל תהליכים פשוטים, ובהם תהליכים המצריכים קבלת החלטות סדרתית. הם מסוגלים לבחור וליישם אסטרטגיות פשוטות של פתרון בעיות, לפרש ייצוגים המבוססים על מקורות מידע שונים, להסיק מסקנות ולהסביר אותן בקצרה.

תלמידים ברמה 4 מסוגלים להשתמש ביעילות במודלים ברורים בבואם להתמודד עם מצבים מורכבים, אגב זיהוי האילוצים וההנחות שבבסיס הבעיה. הם יכולים לשלב ייצוגים שונים ולקשר אותם ישירות להיבטים של מצבים מחיי היום-יום. התלמידים מסוגלים להשתמש במיומנויותיהם בגמישות ולהסביר לאחרים את טיעוניהם.

תלמידים ברמה 5 יכולים לפתח מודלים במצבים מורכבים ולעבוד איתם אגב זיהוי ההנחות והאילוצים שבבסיס הבעיה. הם מסוגלים לבחור ולהעריך אסטרטגיות של פתרון בעיות בבואם להתמודד עם תרגילים מורכבים הקשורים למודלים אלו ויכולים לבצע רפלקציה על פעולותיהם ולהסבירה.

תלמידים ברמה 6 מסוגלים להכליל ולהמשיג מידע בעקבות חקר ולהשתמש בו במצבים מורכבים. הם יכולים לחבר בין מקורות מידע וייצוגים. תלמידים אלה הם בעלי יכולת חשיבה והסקה מתמטית מתקדמת. הם מסוגלים ליישם את ההבנה ואת התובנות שלהם אגב שליטה בפעולות מתמטיות סימבוליות ופורמליות ולפתח אסטרטגיות חדשות. תלמידים אלה יכולים לנסח ולהסביר את פעולותיהם, את ממצאיהם ואת טיעוניהם במדויק (ליפשטט וברצלבסקי, 2017; OECD, 2009a).

דגימת התלמידים מתקיימת בשני שלבים: בשלב הראשון נבחרים מכל מדינה לפחות 150 בתי ספר אשר מייצגים את כלל סוגי בתי הספר במדינה; בשלב השני נבחרים אקראית לפחות 35 תלמידים מכל אחד מבתי הספר שנדגמו. כך נבחנים בכל מדינה לפחות 5,250 תלמידים (Weis & Lamy, 2018).

המחקר הנוכחי נערך בין החודשים ינואר לאפריל 2020 וכלל ראיונות עומק חצי-מובנים עם 20 אנשי מקצוע: שלושה עד ארבעה מורים למתמטיקה אשר מלמדים תלמידים בני 12 עד 15, וחוקר חינוך מתמטי אחד מכל מדינה. תחילה הועבר תיאור המחקר לפקולטות להוראת מתמטיקה באוניברסיטאות המובילות ולאגודות המורים למתמטיקה בכל מדינה. לאחר מכן, בעזרת גורמים אלו, נבחרו החוקרים והמורים למתמטיקה אשר ישתתפו במחקר. המוסדות אשר סייעו באיתור המרואיינים ציינו כי מקצת המורים העדיפו שלא להשתתף עקב תחושת אי-נוחות להתראיין באנגלית. משרד החינוך הסינגפורי לא נעתר המשרד לבקשת היוזמה לראיין מורים וחוקרי הוראה במסגרת המחקר.

משתתפי המחקר קיבלו מסמך המפרט את מטרות המחקר ואת שלביו. במהלך הראיון הם נתנו את הסכמתם להקלטה ולשימוש בנתונים העולים מן המחקר, ובכלל זה ציטוט מהראיונות, אך בכפוף לעיונם בטקסט ולאישורו לפני פרסום (ראו נספח 2). טרם הראיון נשלחה אל המרואיינים סקירה ספרותית על הוראת המתמטיקה במדינתם ובה, בין היתר, מידע כמותי שנלקח ממסדי הנתונים של פיז"ה. המשתתפים נתבקשו לקרוא את הסקירה הספרותית, לתקנה על פי הצורך ולציין מהם מאפייני החינוך המתמטי אשר לפי ראות עיניהם תורמים להצלחת תלמידיהם במבחני פיז"ה (לעיון בסקירת הספרות המלאה שתוקנה על פי הערות המשתתפים וכוללת ציטוט מקורות מלא, אפשר ליצור קשר עם החוקרת המבצעת).

לאחר מכן התקיים ראיון עומק בן שעה וחצי עם כל אחד מאנשי החינוך באמצעות תוכנת Zoom. הראיון כלל 53 שאלות בנוגע לניסיון המקצועי של המרואיינים, לאופן הוראת המתמטיקה בבית ספרם, למגמות בהוראת מתמטיקה במרוצת השנים, לאופני הערכה, לשיטות הוראה ולנורמות באשר להתפתחות מקצועית של מורים (ראו נספח 3). השאלון העמיק הן בתחומים אשר נכללים בשאלוני מבחן פיז"ה, הן במאפיינים של הוראת תלמידים מצטיינים, כפי שתוארו בדוח קודם של היוזמה.<sup>2</sup> נוסף על שאלות אלה ניתנה למרואיינים הזדמנות לבטא את דעתם בנושא בחופשיות. רבים ממשתתפי המחקר שלחו מסמכים ועזרי הוראה אשר נוגעים לנושאים שעלו בראיון. כאות תודה על שהקדישו מזמנם למחקר, קיבלו המורים שוברי מתנה.

בתום איסוף החומרים עובדו הראיונות המתומללים באמצעות ניתוח תוכן איכותני אשר כלל שני שלבים אינדוקטיביים של גיבוש קטגוריות: בשלב הראשון גובשו קטגוריות מצומצמות וקרובות לטקסט ובשלב השני - קטגוריות מופשטות יותר. מכיוון שאי אפשר היה לראיין אנשי חינוך מסינגפור, נותחו בשלב זה ראיונות אשר נלקחו ממאמרים העוסקים במורים למתמטיקה מסינגפור; מכתבות שהתפרסמו באתר חדשות החינוך הסינגפורי SchoolBag; מכתבות שהתפרסמו באתר חדשות החינוך האמריקאי The74, שכתביו ראינו אנשי חינוך מתמטי מסינגפור כחלק ממהלכי האימוץ של שיטות הוראה סינגפוריות ברחבי ארצות הברית; וממחקרי עבר שבהם רואיינו מורים למתמטיקה מסינגפור. לאחר גיבוש הקטגוריות שימשו סקירות הספרות המתוקנות מקור להעמקת הקטגוריות ולהשלמתן. כמו כן תוקנה הסקירה הספרותית באשר לכל מדינה על פי התיקונים שהציעו אנשי החינוך לפני הראיונות ובמהלכם.

במהלך הראיונות עלו מאפיינים תרבותיים אשר תורמים לדעת אנשי החינוך בכל אחת מחמש המדינות להצלחת תלמידיהם במבחן פיז"ה. על אף העניין הרב שמעוררים מאפיינים אלה, מחקר זה נועד לשמש את מערכת החינוך הישראלית, ועל כן התמקדנו בו במאפיינים שתלותם בתרבות מועטה באופן יחסי.

2 ראו ליטמנוביץ, ע' (2018). [שילוב וקידום מחוננים ומצטיינים בבתי ספר יסודיים הטרוגניים](#). ירושלים: היוזמה - מרכז לידע ולמחקר בחינוך.

## תקציר ממצאי המחקר: מאפיינים משותפים של מדינות בעלות שיעור מצטיינים גבוה במתמטיקה

המורים ואנשי החינוך שאליהם פנינו הגיבו בגאווה לאומית ומקצועית, ולעיתים אף בהפתעה על שבחרנו במדינתם להיות לנו דגם לחיקוי. כאשר נשאלו המרואיינים מהם לפי דעתם המאפיינים המרכזיים האחראים להישגי מדינתם בתחום המתמטיקה, ענו מרביתם כי אין להם תשובה פשוטה. עם זאת 53 השאלות שכלל הריאיון אפשרו למשתתפים לתאר את מקצוע הוראת המתמטיקה במדינתם, את אופני ההוראה על חשיבותם ועל יתרונותיהם, ופעמים רבות אף להתייחס לשוני בין ההוראה במדינתם לזו שבמדינות אחרות. מניתוח התוכן האיכותני עלו שישה מאפיינים שככל הנראה קשורים להצלחה בכל חמש המדינות. כאמור, למאפיינים משותפים אלו היו מופעים שונים בכל אחת מהמדינות. החלק הבא יחולק לשניים:

- בחלק א' יתוארו ששת המאפיינים המשותפים שעלו מן המחקר לצד ביסוס מחקרי והצגה כללית של קווי הדמיון והשוני בין המדינות.
- בחלק ב' תוצג בפירוט הוראת המתמטיקה בכל אחת מהמדינות בהתבסס על דוחות רשמיים, על מאמרים ועל חוות הדעת של המורים למתמטיקה וחוקרי החינוך שהשתתפו במחקר. כמו כן יופיע תיאור מלווה בציטוטים של האופן שבו ששת המאפיינים באים לידי ביטוי בכל מדינה.

## חלק א':

### 1. תיאור המאפיינים המשותפים לחמש המדינות שנסקרו

מניתוח התוכן האיכותני עלו שישה מאפייני הצלחה אשר ככל הנראה קשורים להצלחה בכל חמש המדינות. בחלק זה יתוארו ששת המאפיינים המשותפים כפי שעלו מן הראיונות, לצד ביסוס מחקרי:

1. למידה המותאמת ליכולות התלמידים ולהישגיהם: חלוקת התלמידים להקבצות או למסלולים על פי הישגיהם במבחנים או לפי בחירתם, מתן הוראה מתקנת למתקשים והעשרה למצטיינים או לתלמידים בעלי מוטיבציה ללמוד;
2. הכשרת מורים ברמה גבוהה לצד פיתוח מקצועי מתמשך ונרחב לאורך הקריירה;
3. למידה חווייתית שמטרתה להקל על התלמידים בהבנת החומר הנלמד ולעורר עניין בלמידה באמצעות עירוב רגשי;
4. שימוש בשפה המתמטית: פיתוח יכולות הסקה, הנמקה והבנה מעמיקה של פתרון בעיות על ידי הפנמת התחביר המתמטי ותרגול דיאלוג מתמטי.
5. למידה בהקשר אמיתי: קישור הלמידה לחייהם של התלמידים כדי לעורר בהם עניין בתחום הדעת והבנה בדבר השימושיות שלו.
6. למידה מבוססת חקר: הפיכת התלמידים לשותפים ביצירת הידע בתחום הדעת.

#### 1.1 למידה המותאמת ליכולות התלמידים ולהישגיהם

מערכות החינוך בחמש המדינות שנסקרו מציעות מסגרות פורמליות וולונטריות ללימוד המתמטיקה, המותאמות ליכולות התלמידים ולהישגיהם. הנק ואן דר קוי, לשעבר מתאם תחום המתמטיקה והמדעים בוועדה הלאומית לבחינות מרכזיות בהולנד וכותב תוכניות לימודים, ציין כי לפי התרשמותו "כאשר כל התלמידים בשכבת גיל מסוימת לומדים את אותו החומר, המורה נאלץ ללמד במעין תחום אפור כדי להתאים את רמתו לכמה שיותר תלמידים. בעקבות כך התלמידים המתקשים אינם מצליחים להבין [את החומר] והתלמידים המוכשרים אינם מאותגרים כלל". ההנחה העומדת בבסיס החלוקה הפורמלית של תלמידים על פי הישגיהם היא שכך אפשר להתאים את אופן הלימוד ליכולות של התלמידים ולהביא ללמידה יעילה יותר.

הזדמנויות פורמליות ללמידה התואמת את הישגי התלמידים ואת ונטייתם כוללות הקבצות בין-כיתתיות ולמידה במסלולי לימוד נפרדים, המתחלקים בדרך כלל למסלולים מקצועיים ומסלולים אקדמיים (Chmielewski, 2014). החלוקה למסלולי לימוד נפרדים או להקבצות במדינות שנסקרו, מתחילה בגילים שונים. בסינגפור, למשל, החלוקה למסלולים נפרדים מתחילה בכיתה ה'; מכיתה ז' ואילך ממשיכים התלמידים באחד משלושה מסלולים: מסלול עיוני מהיר של ארבע שנים, מסלול עיוני (הנקרא "מסלול אקדמי רגיל") של חמש שנים ומסלול מקצועי (הנקרא "מסלול טכני רגיל") של ארבע שנים.

חמש מערכות החינוך שנסקרו מציעות אפיקים המאפשרים לתלמידים לעבור בין ההקבצות או מסלולי הלימוד, מכיוון שהן מבססות את חלוקת התלמידים לקבוצות על הרעיון של דפוס חשיבה מתפתח (growth mindset)<sup>3</sup>. גישה זו מעבירה לתלמידים את המסר שלמידה היא תהליך ארוך טווח שמושג במאמץ ולא בזכות יכולות קבועות מראש (Sahlberg, 2011; Stigler & Hiebert, 1999).

3 על דפוס חשיבה מתפתח במתמטיקה ראו: בולר, ג' (2020). פיתוח דפוס חשיבה מתמטיים: יצירת קשר גמיש עם מספרים. מאנגלית: לירון רובינס. ירושלים: יוזמה - מרכז לידע ולמחקר בחינוך.

לצד הזדמנויות הלימוד הפורמליות חמש המדינות מציעות לתלמידים הזדמנויות לימוד וולונטריות, כלומר מאפשרות להם להשתתף בלימודי מתמטיקה נוספים על פי צורכיהם ומידת המוטיבציה שלהם ללמידה. הזדמנויות אלה כוללות שיעורי עזר, שיעורי העשרה, קורסים מטעם האוניברסיטה ועוד. לדוגמה, בסלובניה 98% מבתי הספר משתתפים בתחרויות מתמטיקה כגון תחרות המתמטיקה הארצית, תחרות משחקי חשיבה מתמטיים (כגון פאזלים, פוטושיקי וסודוקו), תחרות היגיון, תחרות מתמטיקה פיננסית ושעשועון המתמטיקה הבין-לאומי קנגורו.

החוקרים חלוקים באשר להשפעתה של חלוקה פורמלית לקבוצות לימוד על פי רמה. מקצתם חושבים כי חלוקה כזו מביאה להישגים בקרב כלל התלמידים (Kerckhoff, 1986; Rogers, 1991; Slavin, 1988). אחרים סבורים שחלוקה זו פוגעת בסיכוייהם של תלמידים בעלי הישגים נמוכים ובינוניים להצליח ולא בהכרח משפרת את הישגי התלמידים החזקים (Boaler, 2005; Boaler, 2000). על אף המחלוקת בנוגע לחלוקה פורמלית להקבוצות או למסלולי לימוד קיימת תמימות דעים בדבר היעילות של הזדמנויות הלימוד הוולונטריות במתמטיקה. מחקרי עבר מראים שכלל התלמידים, ובפרט תלמידים בעלי הישגים גבוהים, נתרמים מהזדמנויות הטומנות בחובן העשרה ואתגר (Renzulli, 1996; Rogers, 1993; Tomlinson, 1999). הזדמנויות לימוד שמונעות על ידי מוטיבציה יכולות להגביר את העניין של התלמידים במקצוע (Jarvis & Pell, 2005), לשפר את הישגיהם (Romance & Vitale, 2001) ולפתח מיומנויות חשיבה (Gerber, 2001; Cavallo & Marek, 2001).

## 1.2 הכשרת מורים ופיתוח מקצועי

ניכר שבכל חמש המדינות שנסקרו דרישות הקבלה להוראת המתמטיקה מחמירות ומסלולי הכשרת מורים ארוכים ויסודיים. פרופ' מאדיס לפיק, פרופסור עמית להוראת המתמטיקה באוניברסיטת טאלין שבאסטוניה תיאר זאת כך: "המורים למתמטיקה מוכשרים היטב, רובם בוגרי חמש שנות הכשרה ובעלי ידע מעמיק במתמטיקה". התוכניות להכשרת המורים בחמש המדינות שנבחנו אורכות 4 עד 6 שנים. בחמש המדינות מורים למתמטיקה בכיתה ז' ומעלה נדרשים לסיים תואר שני או מסלול שווה ערך באורכו. באסטוניה, למשל, מורים בכיתות א' עד י"ב מחויבים בלימודי תואר שני והמורים למתמטיקה נדרשים לכתוב תזה מחקרית בנושא פדגוגיה מתמטית.

מורי המדינות שנבחנו הדגישו בראיונות כי המורים למתמטיקה במדינתם מקדישים זמן ניכר לפיתוח מקצועי מתמשך. פיתוח מקצועי יכול להתקיים באופן בלתי פורמלי, למשל בהיוועצות עמיתים ובהחלפת חומרי הוראה. סוג הפיתוח המקצועי הנפוץ ביותר בקרב חמש המדינות שנסקרו, הוא דיאלוג בלתי פורמלי בקרב קהילת המורים של בית הספר, שנועד לשפר את ההוראה (למידע נוסף ראו OECD, 2009b). הכשרות מאורגנות ומוכנות כוללות קורסים וסדנאות, קריאת ספרות מקצועית, כנסים וסמינרים, השתתפות בקהילות מקצועיות, עריכת מחקרים וכדומה. בסינגפור חלק הארי של הפיתוח המקצועי המתמשך מתקיים בבית הספר במסגרת קהילות מקצועיות לומדות. קהילות אלו נפגשות אחת לשבוע לפגישה של שלוש שעות, ומאפשרות הן פעילויות למידה פורמליות, הן זמן לשיתוף פעולה ספונטני הכולל היוועצות והחלפת חומרי לימוד.

זה שנים רבות מראה המחקר כי הכשרת המורים למתמטיקה לפני כניסתם למקצוע והתפתחותם המקצועית לאורך הקריירה מנבאות הצלחה אקדמית של תלמידים (Coonen, 1987; Ehrenberg & Brewer, 1995): תלמידים אשר לומדים עם מורה בעל הסמכה פורמלית או תארים מתקדמים, מגיעים להישגים גבוהים יותר מעמיתיהם (Darling-Hammond, 2000; Goldhaber & Brewer, 2000; Wenglinsky, 2000). גם מעורבות של מורים למתמטיקה במסלולי התפתחות אישית לאורך הקריירה תורמת להישגי תלמידיהם (Akiba & Liang, 2016).

### 1.3 למידה חווייתית (experiential learning)

המורים למתמטיקה מחמש המדינות שנסקרו במחקר זה ציינו כי על הוראת מתמטיקה מיטבית לכלול פן חווייתי. לטענתם, למידה חווייתית ופעילה מאפשרת לתלמידים להטמיע ידע חדש ביעילות מכיוון שמעורבותם בלמידה מקילה עליהם לקיים רפלקציה ולעבד את המידע החדש. זאת ועוד, למידה חווייתית מעוררת בתלמידים סקרנות ומוטיבציה ללמוד את המקצוע, ובכך מסייעת להם לגבש גישה חיובית למקצוע וביטחון עצמי בנוגע ליכולותיהם המתמטיות. קייל פירס, יועץ מתמטיקה לכיתות גן עד י"ב בוועד בתי הספר District County Essex Greater שבאונטריו, ציין שהמורים למתמטיקה "רוצים באמת שהתלמידים יהיו לומדים פעילים, כיוון שמחקרים רבים כל כך מראים שהלמידה הטובה ביותר נעשית באמצעות חוויה ורפלקציה, ולא באמצעות חיקוי פתרונות של בעיות, שינון או העתקה מהלוח".

למידה חווייתית בחמש המדינות נעזרת בטכנולוגיות מידע ותקשורת וכוללת מטלות זוגיות וקבוצתיות, דיונים כיתתיים וכיוצא באלה. פירס ציין שהמורים למתמטיקה מנסים להימנע ממצב שבו התלמידים יושבים בטורים ומעבירים שיעורים שלמים בהעתקה מהלוח. בבואם ללמד נושא חדש, מורים רבים למתמטיקה פותחים את השיעור במשימה חווייתית והתלמידים ממלאים אותה בקבוצות ברחבי הכיתה. בעבר היה המורה פותר את התרגיל על הלוח ומסביר את הפתרון לתלמידים. כיום נותנים לתלמידים להתנסות קודם בחומר באופן עצמאי.

תאוריית הלמידה החווייתית מדגישה את החשיבות שברכישת ידע הוליסטי וברפלקציה שמתקיימת במהלך ההתנסות ואחריה. למידה חווייתית מתקיימת בתהליך מעגלי ובו ארבעה שלבים: תחילה התלמידים עוברים חוויה תומכת למידה, לאחר מכן מקיימים רפלקציה על החוויה ובעקבות כך מגיעים לידע חדש, ולבסוף מיישמים את הידע בהנחיית המורה (Kolb, 1984; Lester, 2007). התנסות כזאת מאפשרת מעורבות ישירה בחומר, תגובות אינטואיטיביות, פרשנות אישית ויצירת משמעות. דו־שיח ופרקטיקות של שיתוף רשמים וסיעור מוחות מאפשרים קיום רפלקציה והקניית משמעות (Enns, 1993). מחקרים מצביעים גם הם על מתאם חיובי בין למידה חווייתית לבין שיפור ההישגים במתמטיקה בקרב כלל התלמידים, ובייחוד בקרב תלמידים מקבוצות מוחלשות (Hutt, 2007). למידה חווייתית, טוענים חוקרים, מסייעת לקידוד טוב יותר של המידע החדש בזיכרון ובעקבות כך גם לשליפתו (Kolb & Kolb, 2006). למידה חווייתית היא גם מגוונת יותר, ולכן עשויה להתאים לתלמידים בעלי נטיות למידה שונות. כמו כן למידה כזו מפחיתה את החרדה ממתמטיקה (Kolb, 1984; Kolb & Smith, 1987) ומגבירה את העניין בחומר הנלמד (Weinberg, Basile, & Albright, 2011).

### 1.4 שימוש בשפה המתמטית (use of mathematical language)

בחמש המדינות שנסקרו המורים למתמטיקה שמים דגש על שימוש נרחב בשפה המתמטית. "אנו מייחסים חשיבות רבה לתקשורת באמצעות אוצר המילים המתמטי בכתב ובעל פה", הסבירה ג'ודי מנדגליו, לשעבר מורה למתמטיקה וראשת מחלקות מתמטיקה בכמה בתי ספר, וכיום נשיאת הארגון לחינוך מתמטי בפרובינציית אונטריו. מן הראיונות עולה כי שימוש בשפה המתמטית כולל פיתוח טכניקות לפירוש טקסטים למטרות מתמטיות, יכולת הסקה, גיבוש דעה אישית, יכולת הבעה עצמית בעל פה והבנה מעמיקה של אסטרטגיות לפתרון בעיות. בסלובניה מאפיין זה מתבטא בתוכנית הלימודים במתמטיקה באופן הזה: החל משנת 2016 מפעיל משרד החינוך פרויקט מתמטיקה כלל־שכבתי שמטרתו להגביר את יכולתם של התלמידים לקרוא ולפרש טקסטים מתמטיים. בפרויקט זה התלמידים כותבים בעצמם בעיות במתמטיקה ומשתתפים במשוב עמיתים על מטלותיהם. בראיונות התייחסו המורים לאווירה שיש ליצור בכיתה כדי לאפשר שיח פעיל שבו התלמידים אינם חוששים לטעות. פרופ' ון דר קוי שיתף בחווייתו מהוראת

המתמטיקה בהולנד: "אנו מרפים מן התפיסה שהמורה יודע הכול והתלמידים חייבים ללמוד ממנו". ואוטר לודן, מורה למתמטיקה ב-St. Michael College בהולנד, הוסיף: "אנחנו מנסים ליצור תקשורת מורה-תלמיד בגובה העיניים בשיעורי המתמטיקה".

המגמה הרווחת כיום בחינוך מתמטי מעודדת שימוש בשפה המתמטית כבסיס לשימוש ברמות חשיבה גבוהות. מחקרים רבים הראו כי הישגים מתמטיים מושפעים מיכולת התלמידים לעבד מידע כתוב (Jordan, Kaplan, & Hanich, 2002; Plomin & Kavas, 2005). הנחלת שפת המתמטיקה כוללת פיתוח מיומנויות של המללה, הנמקה, הבנת הנקרא והבנת הנשמע (CCSSM, 2006; Österholm, 2010). העמקה בטקסטים מתמטיים מעניקה לתלמידים ביטחון עצמי בעת פתרון בעיות ומציידת אותם במיומנויות של תכנון פתרון בעיות (Reilly, Parsons, & Bortolot, 2010; Quirk, 2010). שיח מתמטי יכול להתקיים בזוגות, בקבוצות או בפורום כיתתי. במהלך שיח מתמטי בין לומדים כל תלמיד מביע את דעתו, מסביר את מסקנותיו, מצדיק אותן ומגיב לטיעונים של אחרים (Alexander, 2008; CCSSM, 2010).

שיח מתמטי מושתת על התפיסה שהמורה משתתף בלמידה (יוגב ונווה, 2000). כאשר השיח מתקיים בפורום כלל-כיתתי, על המורה להנחות את התלמידים להעלות רעיונות שונים ולנמק את דרכי החשיבה שלהם (Rawding & Wills, 2012). כדי ליצור סביבת למידה המאפשרת ביטחון וסובלנות לדיון כיתתי בנושא אסטרטגיות שונות לפתרון בעיות, חשוב לאפשר לתלמידים להביע חוסר הבנה ולעודד נורמות של התנהלות מכבדת (Pace & Ortiz, 2016). אחד הכלים לעיצוב אווירת למידה שבה התלמידים מחויבים לידע המתמטי ולצידוקו הלוגי, הוא יצירת מעורבות באמצעות שאלות או אמירות שהמורה יכול להשתמש בהן (בעל פה או בכתב) כדי לעורר שיח מערב. למשל, "תוכל להרחיב יותר?" (בקשת הוספה), "תוכל להסביר למה זה נכון?" (בקשת הנמקה), "האם אתה מסכים עם מה שהיא אמרה?" (הסכמה או אי-הסכמה) וכדומה (Michaels & O'Connor, 2015).

## 1.5 למידה בהקשר אמיתי (real-life context in mathematics teaching)

ניכר שכלל המורים שהשתתפו במחקר מייחסים חשיבות ללמידת מתמטיקה שנטועה בהקשר אמיתי. "אחד הקשיים הגדולים בהוראת מתמטיקה הוא שהתחום נראה לתלמידים חסר רלוונטיות לחלוטין לחייהם. כשהתלמידים מתנסים במתמטיקה שסביבם, הם מבינים שאנשים באמת משתמשים במתמטיקה", אמרה מנדגליו, נשיאת הארגון לחינוך מתמטי בפרובינציית אונטריו. מן הראיונות עולה כי למידה מתמטית בהקשר אמיתי מחברת את המתמטיקה למציאות (מלמדת, למשל, כיצד משתמשים פעילי סביבה במתמטיקה בעבודתם) ועשויה להתקשר ישירות לחיי התלמידים ובכך להפוך למשמעותית יותר.<sup>4</sup> מאפיין זה בא לידי ביטוי בלמידה במרחב העירוני ובשלל אזורי בית הספר, בנייתו נתונים אמיתיים שאוספים התלמידים, ובלמידה בין-תחומית אשר ממחישה את שימושיה הרבים של המתמטיקה. דוגמה לפעילות למידה כזו נתנה אן אסאמטס, מורה למתמטיקה בבית הספר היסודי ובתיכון בעיר Kilingi-Nómme שבאסטוניה: במהלך הפעילות התבקשו התלמידים לבחור צורה ולתכנן בשכונתם מסלול הליכה אמיתי באמצעות תוכנת הכושר אנדומונדו, המסייעת בחישוב הזווית של הפניות, מרחקי ההליכה והשטח הכולל של הצורה.

למידה בהקשר אמיתי מוצגת בספרות בכמה דרכים (Gibney, 2014). על פי מרבית הגישות, למידה בהקשר אמיתי מציבה את התלמידים ואת עולמם הפנימי במרכז תהליך ההוראה (Maina, 2004). גישת החינוך המתמטי המציאותי (realistic mathematic education), אשר פותחה במכון פרודנטל שבהולנד, מציגה נקודת מבט רחבה יותר ולפיה מתמטיקה הנלמדת בהקשר אמיתי היא



מתמטיקה שהתלמידים יכולים לתפוס אותה כאמיתית ורלוונטית לחייהם (Van den Heuvel, Panhuizen, 2000). הוראה מסוג זה משתמשת, בין היתר, ברעיונות שנובעים מהשכל הישר של התלמידים (Freudenthal, 1991; Gibney, 2014). כדי לענות על השאלה "כמה תינוקות נולדים במדינה בכל דקה?", למשל, על התלמידים להעריך את גודל האוכלוסייה, את התפלגותה על פי גיל וכדומה (Swan & Ridgway, 2016).

תלמידים רבים חושבים שמקצוע המתמטיקה אינו רלוונטי עבורם, ולכן המוטיבציה שלהם ללמוד אותו נמוכה. למידה בהקשרים אמיתיים עוזרת לתלמידים להבין את השימושיות ואת הערך שבמתמטיקה (Schoenfeld, 2014). בחיים האמיתיים אזרחים מתמודדים עם סיטואציות כגון קניות, טיולים, בישול, סוגיות כספיות וניתוח עמדות פוליטיות באמצעות מיומנויות מתמטיות (Daemen, Konings & van den Bogaart, 2020). משימות הנטועות בהקשרים מן החיים האמיתיים, מערבות את התלמידים ומעוררות בהם מוטיבציה ללמוד (Schiefele & Csikszentmihalyi, 1995; Trafton, Reys & Wasman, 2001).

## 1.6 למידה מבוססת חקר (research based learning)

עולה כי מורים בכל חמש המדינות משלבים הוראת חקר בשיעורי המתמטיקה. קייל פירס ציין בריאיון עימו: "התלמידים באמת לומדים כשהם שותפים פעילים ביצירת הידע המתמטי. זה אחד השינויים הגדולים שאני רואה [בהוראת המתמטיקה]". למידת חקר מתקיימת כאשר המורה מאפשר לתלמידים להמציא מחדש את המתמטיקה. התרגיל הבא, הלקוח מספר לימוד במתמטיקה לחטיבת הביניים בסינגפור, מכוון את התלמידים לגלות בעצמם את חוק המכפלה של לוגריתם: המורה מציג טבלה של ערכי  $x$  וערכי  $y$  ומבקש מהתלמידים להשתמש במחשבון כדי להעריך כמה שווה  $\lg x + \lg y$  וכמה שווה  $\lg xy$  עבור ערכים שונים של  $x$  ושל  $y$ . כך מגלים התלמידים כי  $\lg x + \lg y = \lg xy$ . רק לאחר שהתלמידים מתנסים בשימוש בחוק המכפלה ומבינים כיצד הוא עובד, מלמד אותם המורה כיצד להוכיח אותו.

למידה מבוססת חקר או גילוי היא גישה פופולרית בהוראת מתמטיקה המבטאת תפיסה ולפיה במקצוע המתמטיקה יש מרכיב ניסויי, בדומה למדעי החיים ולמדעי הטבע (Artigue & Blomhøj, 2013). למידה מבוססת חקר דורשת מהתלמידים הרבה יותר משינון עובדות (Owens, Hester, & Teale, 2002) - היא מתרחשת כאשר המורה אינו מספק את המידע או את ההבנה המושגית לתלמידים, אלא מציג גירוי ראשוני ותו לא. על התלמידים להבין בעצמם את המושג או את ההיגיון המתמטי באמצעות הצבת ערכים שונים במשתנים, חקירת תופעות, זיהוי דפוסים וגילוי סיבתיות - פעולות אשר מעצימות את הלמידה (Alfieri, Brooks, Aldrich & Tenenbaum, 2011; Maaß & Artigue, 2013).

רבות מהתאוריות לחינוך מתמטי מכילות רכיבים של למידה מבוססת חקר. בין תאוריות אלה אפשר למצוא את גישת החינוך המתמטי המציאותי, את תאוריית פתרון הבעיות, את גישת הסיטואציות הדידקטיות ואת תאוריות הלמידה האותנטית (Artigue & Blomhøj, 2013). בעשור וחצי האחרונים, לנוכח הירידה המדאיגה בשיעור הצעירים הפונים לעיסוק במתמטיקה ובמדע (כנראה בשל האופן שבו מלמדים מקצועות אלה בבתי הספר), אומצה גישה זו ברחבי העולם ובייחוד באירופה. מדינות רבות באירופה מטמיעות שיטות הוראה מבוססות חקר במתמטיקה באמצעות פרויקטים מתמטיים רחבי היקף (Rocard et al., 2007) כגון [פרויקט "פרימס"](#).

5 עם זאת הוראה מסוג זה נחשבת מאתגרת; פעמים רבות מורים אשר מלמדים משימות בעלות הקשר אמיתי אשר נועדו לאפשר חשיבה מסדר גבוה, נוטים ליישמן באופן שמפחית ממרכבותן (למשל Hiebert et al., 2003). כמו כן לא אחת מורים משתמשים במשימות בעלות הקשר אמיתי שמרכיביהן מעוררי המוטיבציה מנותקים מן התוכן המתמטי הנלמד (Stylianides & Stylianides, 2008).

## טבלה 2: מאפייניהן המשותפים של חמש מדינות בעלות שיעור מצטיינים גבוה במתמטיקה וכיצד הם באים לידי ביטוי בכל אחת מהן

קנדה (אונטריו)	סלובניה	סינגפור	הולנד	אסטוניה	
חלוקה להקבצות מתחילה בכיתה ט', והתלמידים יכולים לעבור בין המסלולים.	חלוקה למסלולי לימוד נפרדים מתחילה בכיתה י', והתלמידים יכולים לעבור בין המסלולים.	חלוקה למסלולי לימוד נפרדים מתחילה בכיתה ה', והתלמידים יכולים לעבור בין המסלולים.	התלמידים לומדים במסלולים נפרדים מכיתה ז', והם יכולים לעבור בין המסלולים.	חלוקה למסלולי לימוד נפרדים מתחילה בכיתה י' והתלמידים יכולים לעבור בין המסלולים.	למידה המותאמת ליכולות התלמידים ולהישגיהם
76% מבתי הספר בקנדה משתתפים בתחרויות מתמטיקה.	שעה עד שתיים בשבוע מוקצות לשיעורי העשרה ושעה עד שתיים בשבוע מוקצות לשיעורי הוראה מתקנת במתמטיקה.	בכיתות ז'-ט', נוסף על שיעורי הבסיס במתמטיקה הנלמדים יחד, התלמידים לומדים עוד שתיים עד שלוש שעות שבועיות בשלוש הקבצות הנבדלות זו מזו ברמות ובגישות הלימוד.	מסלולים ומגמות מתמטיקה מאפשרים ללמוד מתמטיקה ברמות ובגישות שונות - מלמידה מעשית ועד למידה מופשטת.	כשליש מהתלמידים משתתפים בתחרויות מתמטיקה.	
יותר משליש מבתי הספר בקנדה מפעילים מועדוני מתמטיקה.	98% מבתי הספר משתתפים בתחרויות מתמטיקה. 30%-50% מהתלמידים מתחרים בהן.	רוב בתי הספר מאפשרים השתתפות בתחרויות ובמועדוני מתמטיקה.	43% מבתי הספר משתתפים בתחרויות מתמטיקה.	שעה עד שלוש שעות בשבוע מוקדשות להעשרה מתמטית ולהכנה לתחרויות; שעה עד שלוש שעות בשבוע מוקדשות להוראה מתקנת בקבוצות.	למידה המותאמת ליכולות התלמידים ולהישגיהם
שני שלישים מבתי הספר מציעים שיעורי העשרה או הוראה מתקנת במתמטיקה.	תלמידים בעלי מוטיבציה או הישגים גבוהים יכולים להשתתף בכריקט מחקר במתמטיקה, בימי מתמטיקה מתקדמת, במחנות מתמטיקה ועוד.	תלמידים בעלי הישגים נמוכים זוכים לתמיכה כדי להאיץ את התקדמותם.	בכיתות ז'-ט' מוצעות בכל שבוע שעה עד שלוש שעות של "דלת פתוחה" עבור שאלות הנוגעות למתמטיקה.	תלמידים בעלי מוטיבציה יכולים להירשם לקורסים מקוונים במתמטיקה בהנחיית מורה.	
בכל בית ספר באונטריו יש מורה שאחראי להעניק תמיכה לתלמידים מתקשים.	תלמידים בעלי מוטיבציה או הישגים גבוהים יכולים להשתתף בכריקט מחקר במתמטיקה, בימי מתמטיקה מתקדמת, במחנות מתמטיקה ועוד.	תלמידים בעלי הישגים נמוכים זוכים לתמיכה כדי להאיץ את התקדמותם.	בכיתות ז'-ט' מוצעות בכל שבוע שעה עד שלוש שעות של "דלת פתוחה" עבור שאלות הנוגעות למתמטיקה.	תלמידים עם לקויות למידה זכאים לשעת הוראת מתמטיקה פרטנית בכל שבוע.	למידה המותאמת ליכולות התלמידים ולהישגיהם
תלמידי כיתות ז'-י' זכאים לשיעורי מתמטיקה פרטיים מקוונים עם מורים מוסמכים בחינם.	תלמידים עם לקויות למידה זכאים לשעה שבועית של הוראת מתמטיקה פרטנית.	תלמידים בעלי הישגים נמוכים זוכים לתמיכה כדי להאיץ את התקדמותם.	בכיתות ז'-ט' מוצעות בכל שבוע שעה עד שלוש שעות של "דלת פתוחה" עבור שאלות הנוגעות למתמטיקה.	תלמידים עם לקויות למידה זכאים לשעת הוראת מתמטיקה פרטנית בכל שבוע.	
משך הכשרת המורה כחמש שנים. הכשרת מורים למתמטיקה כוללת BA במתמטיקה* ולימודים של שנתיים בהוראת מתמטיקה.	משך הכשרת המורה כחמש שנים. דרישות קבלה להוראת מתמטיקה** בכל שכבות הגיל - לימודי BA במתמטיקה* ו-MA בהוראת מתמטיקה.	מיונים בררניים. משך הכשרת המורה כארבע שנים. הכשרה נפרדת להוראה ביסודי ובתיכון.	משך הכשרת המורה ארבע עד שש שנים. הכשרה נפרדת להוראה ביסודי, בתיכון ולהגשה לבגרות. דרישות קבלה: הוראה ביסודי - מסלול השקול ללימודי BA, הוראה בתיכון - BA במתמטיקה*.	משך הכשרת המורה כחמש שנים. לכל המורים למתמטיקה** בכל שכבות הגיל BA במתמטיקה* ו-MA בהוראת מתמטיקה הכוללת תזה מחקרית.	הכשרת מורים ברמה גבוהה לצד פיתוח מקצועי (PD) מתמשך ונרחב לאורך הקריירה
עידוד המורים להשלים נוספת בפדגוגיית מתמטיקה. שיעור השתתפות בקורסי פיתוח מקצועי ממוצע ה-OECD.	שיעור השתתפות בקורסי פיתוח מקצועי ממוצע ה-OECD.	שלושה מסלולי פיתוח מקצועי: הוראה, תחום דעת ומנהיגות בית ספרית. שיעור השתתפות בקורסי פיתוח מקצועי ממוצע ה-OECD.	שלוש דרגות פיתוח מקצועי: מורים, בכירים ומורים מומחים. שיעור השתתפות בקורסי פיתוח מקצועי ממוצע ה-OECD.	שלוש דרגות פיתוח מקצועי: מורים, בכירים ומורים מומחים. שיעור השתתפות בקורסי פיתוח מקצועי ממוצע ה-OECD.	
ליוי על ידי מאמני הוראת מתמטיקה.	השתתפות תדירה בפיתוח מקצועי במסגרת מחלקת המתמטיקה של בית הספר.	השתתפות שבועית בקהילה מקצועית לומדת.	השתתפות נמוכה ממוצע ה-OECD בקורסי פיתוח מקצועי ממוקדי מתמטיקה.	פעילות נרחבת של הארגון הלאומי למורי מתמטיקה.	הכשרת מורים ברמה גבוהה לצד פיתוח מקצועי (PD) מתמשך ונרחב לאורך הקריירה
	שיעור גבוה של תצפיות שיעור שמבצעים עמיתים או הנהלת בית הספר.	השתתפות שבועית בקהילה מקצועית לומדת.	השתתפות נמוכה ממוצע ה-OECD בקורסי פיתוח מקצועי ממוקדי מתמטיקה.	פעילות נרחבת של הארגון הלאומי למורי מתמטיקה.	
			השתתפות תדירה בפיתוח מקצועי במסגרת מחלקת המתמטיקה של בית הספר.		

\* או בתחום משיק כגון פיזיקה או מדעים.  
\*\* מורים בכל המקצועות בכיתה א' עד י"ב נדרשים להשכלה ברמת MA.

קנדה (אונטריו)	סלובניה	סינגפור	הולנד	אסטוניה
----------------	---------	---------	-------	---------

**למידה חווייתית**

<p>למידה באמצעות התנסות מעשית ואחריה קיום רפלקציה.</p> <p>שימוש במטלות זוגיות או קבוצתיות מדי שבוע.</p> <p>הצעת מגוון דרכים לביצוע משימה כדי לאפשר לתלמידים בעלי נטיות לימוד שונות לבחור את אופן הלמידה המתאים להם ביותר.</p>	<p>חלק מן המורים מעשירים את הלמידה בטכנולוגיות מידע ותקשורת.</p> <p>"כיתה הפוכה": התלמידים לומדים נושא בבית באמצעות וידאו ולאחר מכן דנים בו ומתרגלים אותו בכיתה.</p> <p>שימוש במטלות זוגיות וקבוצתיות.</p> <p>פעילויות מיוחדות ביום הפאי וביום פיתגורס.</p>	<p>שימוש במטלות זוגיות קבוצתיות.</p> <p>הוראת נושא מתחילה בפעילות או בהדגמה, ממשיכה בייצוג ויזואלי ומסתיימת בידע מופשט.</p> <p>בכל שנה יש אירועי מתמטיקה חווייתיים (למשל יום משחקי מתמטיקה) ומתחמי פעילות קבועים כגון תחנות משחק מתמטי.</p>	<p>בחטיבת הביניים מתמקדים המורים למתמטיקה בלמידה פעילה, ואילו בתיכון - בהכנה לבחינת הבגרות.</p> <p>שימוש במטלות זוגיות כמעט בכל שיעור וביצוע מטלות קבוצתיות כמה פעמים בשנה.</p> <p>קיום דיונים כיתתיים כמעט בכל שיעור.</p>	<p>העשרה של חוויית הלמידה על ידי שימוש בטכנולוגיות מידע ותקשורת.</p> <p>שימוש במשימות המאפשרות לתלמידים להתנסות בחומר הנלמד באופן פעיל.</p> <p>שימוש במטלות זוגיות או קבוצתיות בכל שבוע.</p> <p>למידה מחוץ לכיתה.</p>
---	---	---	--	---

**שימוש בשפה המתמטית**

<p>התפיסה הרווחת היא ששימוש בשפה מתמטית עוזר לתלמידים להבין את תהליכי החשיבה שלהם ולפתח רעיונות מתמטיים.</p> <p>כדי לפתח את יכולתם של התלמידים להביע את עצמם באופן מתמטי, המורים משתמשים בדיונים כיתתיים ובעבודה קבוצתית.</p> <p>המורים מציגים שאלות שנועדו לעזור לתלמידים לבטא היטב את אופן החשיבה שלהם בכתב ובעל פה.</p>	<p>אחד משלושת הרכיבים בתוכנית לימודי המתמטיקה בכל שכבות הגיל הוא לוגיקה ושפה, רכיב ששם דגש על הבנת הנקרא.</p> <p>פרויקט לאומי ששם למטרה את הגברת יכולת התלמידים לקרוא ולפרש טקסטים מתמטיים. הפרויקט כולל כתיבת תרגילים ויצירת סרטוני הוראה על ידי התלמידים.</p> <p>מסורת הוראת המתמטיקה בסלובניה שמה דגש ייחודי על בחינות בעל פה בכל שכבות הגיל.</p>	<p>מורים למתמטיקה ומורים כלליים שמים דגש על הבנת הנקרא ועל יכולת הסקה.</p> <p>תוכנית הלימודים במתמטיקה בשנת 2006 התמקדה בהסקה ובתקשורת. תוכנית הלימודים של 2018 התמקדה ברעיונות מתמטיים וברציונליזציה.</p> <p>עבודה קבוצתית.</p>	<p>עידוד התלמידים להיות מעורבים בדיונים הקבוצתיים והכיתתיים ולהביע את דעתם האישית.</p> <p>דיון מתמטי נתפס ככלי המלמד אסטרטגיות לפתרון בעיות.</p> <p>בתי ספר רבים מציעים (שלא כחלק מלימודי המתמטיקה) שיעורים בקבוצות קטנות שבהם מעודדים את התלמידים לדון ולגבש דעות אישיות בסביבה בלתי שיפוטית. עידוד התלמידים לפתח רעיונות וטכניקות הנמקה נתפס כמעודד למידה, בין השאר גם במתמטיקה.</p>	<p>תרגילי מלל מורכבים משולבים בכל נושא מתמטי שנלמד מכיתה ב'.</p> <p>בכיתה ח' בתי ספר משלבים בלימודי המתמטיקה שיעור נפרד ללימוד רעיונות מתמטיים מופשטים המערבים שיה.</p> <p>עבודה קבוצתית משרתת שימוש באוצר המילים המתמטי.</p> <p>המורים למתמטיקה מעריכים את היכולת לנמק מסקנות על פני שיון.</p>
--	--	--	--	---

**למידה בהקשר אמיתי**

<p>הוראת מתמטיקה בהקשר אמיתי מגבירה את המוטיבציה של התלמידים. המורים מדווחים על קושי להראות לתלמידים שהמתמטיקה רלוונטית לחייהם.</p> <p>ניתוח נתונים אמיתיים שאוספים התלמידים (לדוגמה, איסוף נתונים במהלך טורניר באולינג).</p> <p>לימוד מתמטיקה כפי שמשתמשים בה במקומות עבודה אמיתיים.</p> <p>לימוד מתמטיקה בהקשר של יצירות או המצאות אנושיות.</p>	<p>רכיב מרכזי של תוכנית הלימודים במתמטיקה הוא בעיות מתמטיות ובעיות הקשורות למצבים אמיתיים.</p> <p>המורים למתמטיקה מלמדים בהקשרים של החיים האמיתיים (למשל למידה על ידי היכרות עם המרחב העירוני).</p> <p>רפורמת מתמטיקה משנת 2008 מדגישה את ההוראה הריאליסטית, בדגש על מידול פונקציות.</p> <p>שימוש תדיר בהוראה בין-תחומית. בבתי ספר רבים יש קישורים קבועים מראש בין תחומי דעת - קישורים שנערכים מדי שנה בקרב תלמידים בני אותה שכבת גיל.</p>	<p>שימוש בגירויים ויזואליים שמייצגים אלמנטים מן המציאות.</p> <p>הוראת המתמטיקה מבוססת על מודל CPA לפתרון בעיות, שעל פיו למידה מתחילה באובייקט מוחשי, ממשיכה בשימוש במודל או בייצוג ויזואלי ולבסוף מעבר אל הידע המופשט.</p> <p>מורים רבים למתמטיקה משתמשים בגישת הסיפור, שלפיה התלמידים לומדים כיצד לפתור בעיות מתמטיות תוך כדי האזנה לסיפורים.</p>	<p>על פי תאוריית החינוך המתמטי הריאליסטי, התאוריה המרכזית בהוראת המתמטיקה בהולנד, תלמידים צריכים להתנסות במתמטיקה בסטואציות יום-יומיות אמיתיות או כאלו שניתן לדמיין.</p> <p>שימוש נרחב בהקשרים אמיתיים, כמעט בכל תרגיל. סוגי הקשרים אמיתיים: 1. ייצוג ויזואלי המאפשר לתלמידים לדמיין את הבעיה המופשטת; 2. הקשר ריאליסטי (כגון קניות במכולת); 3. שימוש בנתונים מהעולם האמיתי (למשל חישוב חלקים יחסיים של התקציב הלאומי).</p> <p>כל תרגיל מתמטי נטוע בהקשר.</p>	<p>הוראת מתמטיקה במתחמי בית הספר ובמרחב העירוני.</p> <p>שילוב הוראת מתמטיקה עם תחומי דעת נוספים מלמד על החשיבות של המתמטיקה לחיי התלמיד. תוכנית הלימודים במתמטיקה מפרטת כיצד יהיה אפשר ליישם כל נושא מתמטי במקצועות אחרים.</p> <p>הוראת נושאים מתמטיים באמצעות דוגמאות מחיי היום-יום.</p> <p>תוכניות הלימודים של כלל תחומי הדעת נבנות באופן המאפשר למורים למתמטיקה ללמד את התוכן המתמטי לפני שנעשה בו שימוש בתחומי דעת.</p> <p>ניתוח נתונים אמיתיים שאוספים התלמידים.</p>
---	--	--	---	---

קנדה (אונטריו)	סלובניה	סינגפור	הולנד	אסטוניה
<p>זה זמן רב תפקיד המורה אינו עוד להעביר ידע, אלא לתמוך בלמידה.</p> <p>לפני שנשא חדש נלמד, התלמידים מתנסים בתרגיל בנושא בעצמם.</p> <p>שותפות ביצירת הידע מאפשרת לתלמידים שמעט מתקשים במתמטיקה להבין את החומר.</p>	<p>בשנים האחרונות למידת חקר היא נושא מרכזי בפיתוח המקצועי של המורים למתמטיקה.</p> <p>יותר ויותר מורים רואים בעצמם "מאפשרי למידה" אשר מדריכים את התלמידים, בעוד אלה מנסים לפתור בעיות באופן עצמאי.</p>	<p>כאשר המורה מלמד נושא חדש, הוא מספק לתלמידים גירוי ומאפשר להם להתנסות בו ולנסות למצוא את ההיגיון המוביל בעצמם.</p>	<p>בניית ידע מתמטי מלמטה למעלה נמצאת בלב הוראת המתמטיקה. כלומר, המורים מוודאים שתלמידיהם הפנימו ידע בסיסי לפני שהם עולים בדרגת הקושי והמורכבות.</p> <p>שימוש בשאלות המזמנות גילוי, שאלות שפתרון מצריך שימוש בידע בלתי רשמי או בשילוב של נושאים. שאלות אלה מופיעות בכל פרק לימוד ובכל מבחן תקופתי.</p> <p>טכניקות לפתרון בעיות מסייעות לתלמידים לחשוב באופן עצמאי.</p>	<p>מושם דגש על שילוב של כושר המצאה ויצירתיות עם למידה קונסטרוקטיבית.</p> <p>תלמידי כיתה ח' נדרשים לערוך פרויקט מחקר באחד מתחומי הדעת. רבים בוחרים לערוך את המחקר במתמטיקה.</p> <p>אחד הנושאים המובילים במסלולי הפיתוח המקצועי הוא למידת חקר.</p>

למידה מבוססת חקר

## 2. דיון

מעיון בחקרי המקרה של כל מדינה עולה שששת מאפייני הוראת המתמטיקה באים לידי ביטוי בדרכים שונות, לעיתים דומות ולעיתים מנוגדות, שכדאי לתת עליהן את הדעת:

### 2.1 למידה המותאמת ליכולות התלמיד ולהישגיו

- בכל המדינות שנבחנו המערכת יוצרת הסללה ובבד בבד משקיעה משאבים בהוראה מתקנת. משמע ההקצבות או נתיבי הלימוד אינם באים על חשבון תמיכה בתלמידים בעלי הישגים בינוניים נמוכים.
- במדינות כמו סינגפור מרבית פעילויות ההעשרה מוצעות לתלמידים בעלי הישגים גבוהים בלבד, ובאחרות, למשל בסלובניה ובאסטוניה, מרביתן פתוחות בפני כלל התלמידים.
- במרבית המדינות מצופה מן התלמידים להשיג ציונים גבוהים, אך במדינות אחרות (בהולנד, למשל) מצופה מהתלמידים לעמוד בדרישות במידה מספקת בלבד, משום ראיית החשיבות שביתר מרכיבי עולמו של התלמיד (כגון קשריו החברתיים ותחביביו).

### 2.2 הכשרת מורים ברמה גבוהה לצד פיתוח מקצועי מתמשך ונרחב לאורך הקריירה

- המדינות שנסקרו מתאפיינות בתהליכי מיון קפדניים לתוכניות להכשרת מורים וכן בתוכניות הכשרה ממושכות. במרבית המדינות הוראת מתמטיקה בחטיבת הביניים ואילך כפופה להשלמת לימודי תואר שני, או לימודי תעודה השווים באורכם.
- במדינות מסוימות ההכשרה להוראה בחטיבת הביניים ובתיכון נעשית לפני הכניסה למקצוע. באחרות - לדוגמה, הולנד וקנדה - יש אפיק המעודד התחלת הוראה בכיתות נמוכות בד בבד עם רכישת הכשרה נוספת שבתומה יוכלו המורים ללמד בכיתות גבוהות יותר.

- מורים למתמטיקה בכלל המדינות משתתפים בקהילות מקצועית לומדות ונמצאים בקשר עם האקדמיה ועם מוסדות למחקר חינוכי.
- במדינות מסוימות - למשל, קנדה וסינגפור - חלה על המורה חובת השתתפות בפעילויות פיתוח מקצועי על פי סך שעות שנתי קבוע, ובאחרות ההשתתפות תלויה ברצון המורה או מנהל בית הספר. כמו כן במדינות מסוימות יש הצמדה בין מעורבות בפעילויות פיתוח מקצועי לבין גמול השתלמות, בחלקן אין הצמדה שכזו, ובאחרות (למשל, אסטוניה) הדבר משתנה בין רשויות מקומיות וועדי בתי ספר.

### 2.3 למידה חווייתית

- מורים למתמטיקה בכלל המדינות שמים דגש על למידה פעילה, כדי להעלות את המוטיבציה של התלמידים ללמידה ולסייע להם בעיבוד מידע חדש. מאפיין זה חל ביתר שאת בגיל חטיבת הביניים ופוחת לקראת מבחני הבגרות. בכלל המדינות שנסקרו למידה חווייתית מתבצעת באמצעות טכנולוגיית מידע ותקשורת, מטלות זוגיות וקבוצתיות ואירועי מתמטיקה.
- במדינות מסוימות (בייחוד בסינגפור ובאסטוניה) נהוג להתחיל בהוראת נושא חדש באמצעות גירוי מוחשי או פעילות, ובאחרות (הולנד וסלובניה) הדבר מקובל פחות.

### 2.4 שימוש בשפה המתמטית

- תוכנית הלימודים בכלל המדינות כוללת הקניית מיומנויות של הבנת הנקרא וניסוח בכתב ובעל פה - כולן בהקשר מתמטי. תוכניות אלו נועדו לצמצם פערי הישגים (למשל, בקנדה, בסינגפור, באסטוניה ובסלובניה) ולפתח חשיבה (למשל, בהולנד, באסטוניה ובסלובניה).
- בכלל המדינות ניכרת חשיבותו של אקלים כיתתי-רגשי בטוח המאפשר לתלמידים לטעות ומעודד השתתפות בשיח המתמטי.
- לצד חשיבות הדיאלוג בכיתה בחמש המדינות שנבחנו, בכמה מהן (למשל, סינגפור וסלובניה) נהוגות נורמות מנוגדות כגון שינון, או תרגול באמצעות פתרון בעיות מתמטיות מרובות אשר בנויות באופן זהה ורק ערכיהם מתחלפים.

### 2.5 למידה בהקשר אמיתי

- בכלל המדינות מתמטיקה נלמדת על פי רוב בכיתה, אך התרגילים המתמטיים הם בעלי הקשר מציאותי ואמיתי (למשל ניתוח נתונים שאספו התלמידים). בחלק מן המדינות הוראת מתמטיקה מתקיימת אף בשאר המתחמים בבית הספר ובמרחב שמחוץ לו.
- בכמה מדינות נהוג לקיים למידה רבת-תחומית אשר ממחישה עד כמה שימושית המתמטיקה גם במקצועות אחרים ובחיי התלמיד בכלל.

### 2.6 למידה מבוססת חקר

- בכלל המדינות שנבחנו התלמידים נתפסים כשותפים ליצירת הידע, ואילו המורה משמש "מאפשר למידה" (בסלובניה תפיסה זו החלה להתפתח לפני זמן קצר בלבד).
- בכלל המדינות מלמדים טכניקות לפתרון בעיות כדי לסייע לתלמידים לחשוב באופן עצמאי בבואם לפתור תרגילים שכמותם לא פתרו בעבר.
- בכלל המדינות יש קשר הדוק בין למידת מתמטיקה ולמידת מדעים, והוא בא לידי ביטוי בשימוש ניכר בסטטיסטיקה ובשיטות מחקר.

לצד ששת המאפיינים ראוי לתת את הדעת על כמה נושאים רוחביים נוספים:

- בכלל המדינות שנבחנו מתמטיקה נתפסת כמקצוע לימוד חשוב וכאחד המקצועות אשר זוכים למספר שעות לימוד הרב ביותר. המורים במדינות אלה מציינים כי שינויים בדפוסי ההישגים במתמטיקה ורפורמות בתוכנית הלימודים מרבים להגיע לכותרות.
- בכמה מדינות - כגון הולנד, סלובניה ואסטוניה - יש מסורות לאומיות ארוכות שנים של הוראת מתמטיקה, ובאחרות תרבות הוראת המתמטיקה צעירה יותר. בכלן קובעי המדיניות בחינוך ערים למחקר בתחום הוראת המתמטיקה ונעזרים בו לשיפור שיטות ההוראה שלהם.
- בכמה מדינות (למשל הולנד, סינגפור וקנדה) הדגשים של תוכנית הלימודים במתמטיקה משתנים בעקבות שינויים פוליטיים ושינויים בעמדות הציבור, במדינות אחרות (למשל אסטוניה) הם אינם משתנים.
- בכלל המדינות ניכרת מעורבות רבה של הורים. בחלקן ההורים מוגדרים בחוק כשותפים לאחריות בכל הנוגע ללמידה של בנם או של ביתם.

### 3. סיכום

לנוכח ממוצע הציונים הלא מחמיא של תלמידי ישראל במבחן פיז"ה במתמטיקה ושיעור המצטיינים הנמוך בו, מחקר זה מבקש לזהות אילו אסטרטגיות הוראה מוצלחות ננקטות במערכות החינוך של המדינות העומדות בראש טבלת ההישגים במתמטיקה במבחן פיז"ה ומתאפיינות בשיעור מצטיינים גבוה במתמטיקה. עקב היעדר די ידע באשר לאסטרטגיות התומכות בהצלחה ובהצטיינות, ולנוכח הרצון להבין את המתרחש בכיתות הלימוד של אותן מדינות, המחקר הנוכחי מבקש להבין כיצד מסבירים מורים למתמטיקה מאותן מדינות את הישגיהם הגבוהים של התלמידים במבחן פיז"ה. אסטרטגיות אלו נבחנו על ידי סקירת המחקר הקיים בנושא הוראת מתמטיקה באותן מדינות, בחינת פרסומים רשמיים של המדינות וקיום ראיונות עומק עם מורים וחוקרי חינוך מתמטי בכל אחת מהן.

ממצאי המחקר מצביעים על שישה מאפיינים משותפים של הוראת מתמטיקה בחמש המדינות, והם מיושמים בצורה שונה בכל אחת מהן. ממחקר זה עולה כי על פי ראות עיניהם של המורים למתמטיקה וחוקרי החינוך המתמטי, ששת הגורמים המשותפים האחרים להישגים הגבוהים במתמטיקה הם למידה המותאמת ליכולות התלמידים ולהישגיהם, הכשרת מורים ראוייה ותרבות מפותחת של פיתוח מקצועי מתמשך לאורך הקריירה, למידה חווייתית, שימוש בשפה המתמטית, למידה מבוססת חקר ולמידה בהקשר אמיתי.

ששת המאפיינים הללו לא היו המאפיינים היחידים של הוראת המתמטיקה בכל אחת מהמדינות. כמו כן אין הם ייחודיים למדינות שהישגי תלמידיהן במבחן פיז"ה גבוהים. עם זאת אפשר להצביע על תפיסות הוליסטיות דומות של תחום הדעת במערכות החינוך שנסקרו. מסקירת הוראת המתמטיקה באסטוניה, בהולנד, בסינגפור, בסלובניה ובאונטריו שבקנדה עולה שאפשר להביא תלמידי חטיבת ביניים להישגים גבוהים במתמטיקה במגוון שיטות הוראה ובמערכות חינוך בעלות מאפיינים שונים. לדוגמה, בחלק מן המדינות שנסקרו, כיתות ז' עד ט' הן חלק מבית הספר היסודי, ואילו באחרות הן שייכות לחטיבת הביניים או לתיכון.

במחקר זה לא נבחנו כל המאפיינים של מערכות החינוך אשר יכולים להסביר את ההישגים הגבוהים במתמטיקה, ועל כן אין הוא ממצה. ייתכן שהיבטים נוספים, כגון סטטוס גבוה של המורים במדינה או של מקצועות STEM (מדע, טכנולוגיה, הנדסה ומתמטיקה), הם המשתנה אשר מסביר

את הצלחת המדינות הללו במבחן פיז"ה. כמו כן מחקר זה בחן חמש מדינות בלבד. ייתכן אפוא שתמהיל שונה של מדינות בעלות ציונים גבוהים ושיעור גבוה של מצטיינים במתמטיקה היה מוביל לזיהוי מאפיינים משותפים אחרים של הוראת מתמטיקה. כמו כן ייתכן שמורים אחרים מאותן מדינות אילו נשאלו היו מעלים הסברים אחרים להישגי התלמידים במדינתם. זאת ועוד, מחקר זה התמקד בפרקטיקות הוראה הנהוגות בחטיבת הביניים, אך כמעט לא בחן רפורמות אשר ממוקדות בלימודים בבית הספר היסודי או התיכון. לנוכח החשיבות של רכישת השפה והמיומנויות המתמטיות בגיל צעיר, ולנוכח האתגרים הנוספים שבפניהם עומדים התלמידים בשנות בית הספר התיכון, ייתכן בהחלט שנוכל להיתרם מהעמקה גם בפרקטיקות הנהוגות בשנים אלו.

לצד ששת המאפיינים המשותפים של הוראת המתמטיקה שהתגלו בחמש מדינות שבהן עוסק מחקר זה, עלו כמה גורמי הצלחה פוטנציאליים שמוטב שייבדקו במחקרי עתיד. בראש ובראשונה נראה שבמדינות אשר משקיעות בכלל התלמידים (למידה מתקנת מחד גיסא והעשרה מאידך גיסא) ולא רק במצטיינים, יש שיעור גבוה יותר של מצטיינים במתמטיקה.

מחקר זה מספק תמונה מקיפה של הוראת המתמטיקה בחמש מדינות העומדות בראש טבלת ההישגים במתמטיקה ושל קומץ מאפיינים המשותפים להן. הרציונל העולה ממקבץ מאפייני הוראת המקצוע שהציגו המורים למתמטיקה וחוקרי החינוך המתמטי, לצד הדוגמאות ליישומם, הם קרקע פורה לפרשנות של מאפיינים אלו ולפיתוחם בישראל.

## חלק ב': תיאור הוראת המתמטיקה בכל אחת מהמדינות שנסקרו

בחלק זה תוצג בפירוט הוראת המתמטיקה בכל אחת מחמש המדינות שנסקרו, בהתבסס על דוחות רשמיים, על מאמרים ועל חוות הדעת של מורים למתמטיקה וחוקרי חינוך שהשתתפו במחקר. כמו כן יתואר, בליווי ציטוטים, האופן שבו ששת המאפיינים באים לידי ביטוי בכל מדינה, וכן מאפייני ייחודי לכל מדינה שקשור אף הוא להישגים הגבוהים במתמטיקה.

### 4. הוראת מתמטיקה באסטוניה - רקע וממצאים

#### 4.1 רקע

רפובליקת אסטוניה היא דמוקרטיה פרלמנטרית ובה 1.3 מיליון תושבים. אסטוניה נחלקת ל-15 מחוזות, ועיר הבירה שלה היא טאלין. כרבע מתושבי המדינה הם ממוצא רוסי (על פי הגדרה עצמית). לאחר מלחמת העולם השנייה הצטרפה אסטוניה לברית המועצות, ורק ב-1991 זכתה שוב לעצמאות. מאז הפכה אסטוניה לחברה באומות המאוחדות, באיחוד האירופי ובגוש האירו. כיום נחשבת כלכלתה של אסטוניה לאחת הליברליות באירופה. המדינה מציעה שירותים ציבוריים דיגיטליים מתקדמים ביותר, ואף שאינה גדולה היא משמשת בית לחברות הזנק ולחברות טכנולוגיה רבות (ובראשן סקייפ).

בשנים האחרונות זוכים הישגיה של אסטוניה בחינוך לתשומת ליבם של קובעי מדיניות בכל רחבי העולם. משנת 1991 מדיניות החינוך ממוקדת בשיטות הוראה ייחודיות, בערכים דמוקרטיים ובהכנה לחיים במאה ה-21. עם זאת תקנות וערכי העבר עדיין משפיעים על המערכת. מערכת החינוך האסטונית, שבאחריותו של משרד החינוך והמחקר, נחלקת לשלוש רמות ניהול: המדינה, השלטון המקומי ובתי הספר. כדי להבטיח את קיום הזכות החוקתית לחינוך חינם, תקציב המדינה מוקצה לכל בתי הספר ומכסה את ההוצאות הקשורות למשכורות, להכשרה במהלך הקריירה ולעזרי מחקר, וכן את עלות ארוחות הצוהריים וההיסעים של התלמידים.

על פי נתוני משרד החינוך האסטוני משנת 2018, משכורתו השנתית הממוצעת של מורה באסטוניה היא 19,380 דולר אמריקאי, כ-13% יותר מהמשכורת הממוצעת במדינה.<sup>6</sup> על פי נתוני ה-OECD משנת 2017, היחס בין שכר המורה הממוצע באסטוניה לבין השכר של עובדים בעלי השכלה גבוהה במדינה הוא 0.91 (ממוצע ה-OECD הוא 0.84 עבור מורים בבית הספר היסודי, 0.88 עבור מורים בחטיבת הביניים ו-0.93 עבור מורים בחטיבה העליונה). מכיוון ששכר המורה באסטוניה אינו מושפע משכבת הגיל שבה מלמד המורה, יחס זה נשמר עבור מורים בבית הספר היסודי, בחטיבת הביניים ובחטיבה העליונה. על אף מקצועיותם הרבה של המורים באסטוניה, שכרם נמוך ממוצע ה-OECD. כשני שלישים מהמורים המלמדים בכיתות ז' עד ט' מאמינים כי היתרונות של מקצוע ההוראה עולים על חסרונותיו. עם זאת רק אחד מכל שבעה מורים המלמדים בכיתות אלו מאמין כי מקצוע ההוראה זוכה להערכה בחברה.

עם סיום החינוך הקדם-יסודי, שמוענק מגיל שנה וחצי עד שבע, עוברים התלמידים לחינוך חובה בסיסי (basic education) מכיתה א' ועד כיתה ט'. בבית הספר הבסיסי שלושה שלבי חינוך המכונים "רמות": מכיתה א' עד ג', מכיתה ד' עד ו' ומכיתה ז' עד ט'. עם סיום כיתה ט' עוברים התלמידים לחינוך על-יסודי, הנמשך מכיתה י' ועד י"ב (רמה 4), באחד משני מסלולים - מסלול על-יסודי כללי, שבו לומדים כ-70% מהתלמידים, ומסלול על-יסודי מקצועי, שבו לומדים כ-26% מהתלמידים.

6 על פי נתוני ה-OECD משנת 2018, משכורתם ההתחלתית הממוצעת של מורי אסטוניה בכלל שכבות הגיל היא 22,178 דולר אמריקאי לשנה. נתוני ה-OECD לא כללו את משכורת המורה הממוצעת באסטוניה לאחר 15 שנות ניסיון.

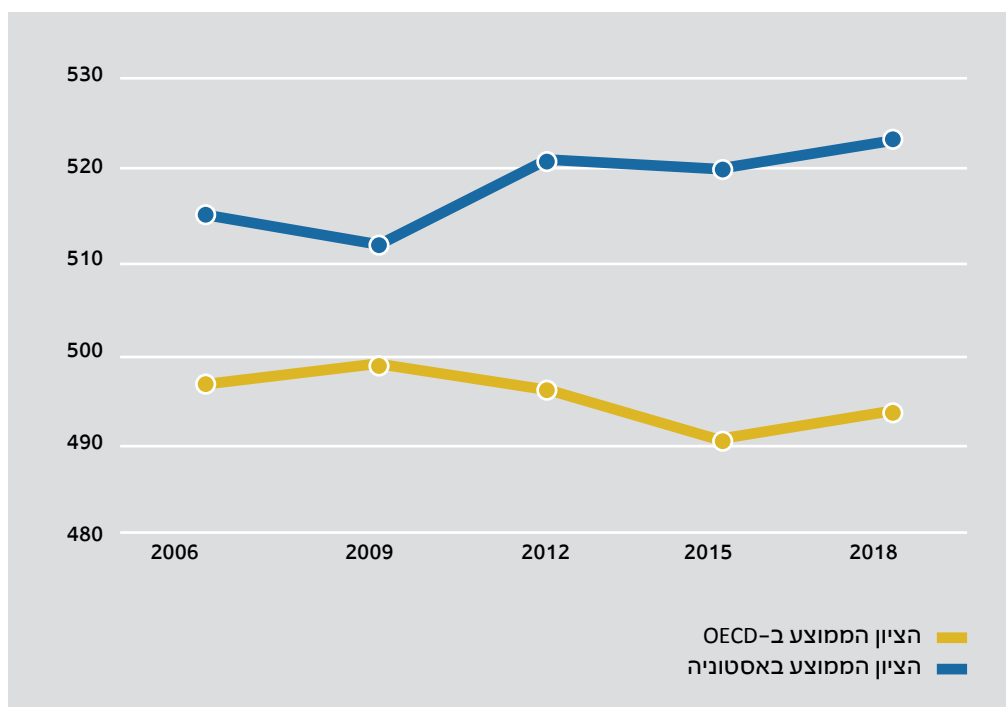


לימודי המתמטיקה מתחילים כבר בחינוך הקדם-יסודי. לדבריו של פרופ' מאדיס לפיק, פרופסור עמית להוראת המתמטיקה באוניברסיטת טאלין, חלק גדול משבוע הלימודים (225-270 דקות) מוקדש למתמטיקה בכל הכיתות. על פי רוב בכיתות א' עד ד' המורים הכלליים הם שמלמדים מתמטיקה. מבחינה חוקית מורים אלה מוכשרים ללמד עד כיתה ו', אך בפועל החל מכיתה ה' מומחים בתחום הדעת הם שמעבירים את שיעורי המתמטיקה. בכיתות ה' עד ט' לימודי המתמטיקה כוללים סטטיסטיקה תיאורית ובחינוך העל-יסודי סטטיסטיקה נלמדת כשיעור מתמטי נפרד, אך כחלק ממקצועות המתמטיקה. בשנות התיכון, הן במסלול המקצועי הן במסלול הכללי, התלמידים לומדים באחת משתי מגמות מתמטיקה, אחת מכינה אותם לגרסה הצרה של בחינת הבגרות במתמטיקה והשנייה לגרסה המורחבת.

מבחינת הערכה ארציים מתקיימים אחת לשלוש שנים, בסוף כל שלב חינוכי בבית הספר היסודי. חלק קטן בלבד מהתלמידים נבחר באופן אקראי להשתתף במבחנים אלה, הכוללים מתמטיקה ושני נושאים נוספים. התוצאות מאפשרות לבתי הספר ולרשויות לאמוד את ביצועי התלמידים ולהדריך את קובעי המדיניות. עם תום לימודי התיכון נבחנים התלמידים במספר מצומצם של בחינות בגרות ובהן בחינה במתמטיקה.

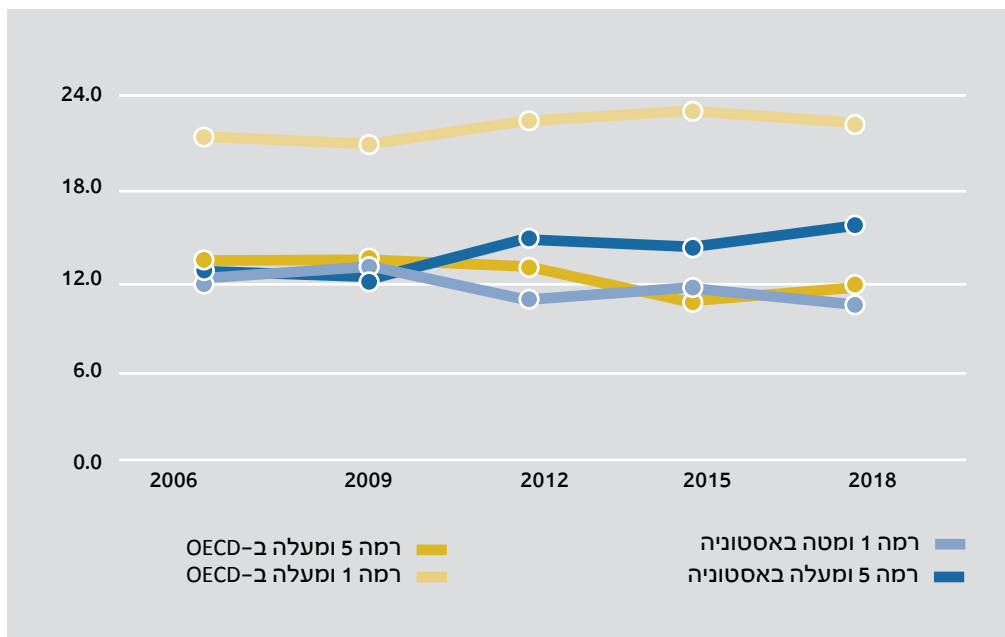
אסטוניה משתתפת במגוון מבחני הערכה בין-לאומיים, בהם מבחני TIMSS (מאז שנת 2000) ופיז"ה (מאז שנת 2006). כ-5,300 תלמידים נבחנו במבחן פיז"ה לשנת 2018. על פי שיטת הדגימה, תלמידים אלה ייצגו 11,000 תלמידים, שהם 93% מאוכלוסיית בני ה-15 במדינה. הישגי אסטוניה במתמטיקה במבחן פיז"ה האחרון מדורגים במקום השמיני בעולם והראשון באירופה. כ-10% מהתלמידים דורגו ברמת בקיאות 1 ומטה (ממוצע ה-OECD הוא 24%). יתר על כן 15% מהתלמידים דורגו ברמת בקיאות 5 ומעלה (ממוצע ה-OECD הוא 11%). מאז שנת 2006 השתפר ממוצע הציונים במתמטיקה באסטוניה ועלה שיעור התלמידים ברמת בקיאות של 5-6 במתמטיקה (ראו תרשים 1 ו-2).

תרשים 1: הציונים הממוצעים במבחן פיז"ה במתמטיקה באסטוניה ובמדינות ה-OECD בין השנים 2006-2018



הערות: הקו הכחול מציין את הציונים הממוצעים במבחן פיז"ה במתמטיקה באסטוניה. הקו הצהוב מציין את הציונים הממוצעים במבחן פיז"ה במדינות ה-OECD, לפי נתונים. מקור: OECD, 2019a, table I.B1.11.

**תרשים 2: שיעור בעלי הישגים הנמוכים והגבוהים ביותר במתמטיקה באסטוניה ובמדינות ה-OECD במבחני פיז"ה בין השנים 2006-2018**



הערות: הקו בצבע תכלת מציין את שיעור התלמידים האסטונים בעלי הישגים הנמוכים ביותר במתמטיקה (רמה 1 ומטה). הקו הכחול כהה מציין את שיעור התלמידים האסטונים בעלי הישגים הגבוהים ביותר במתמטיקה (רמה 5 ומעלה). הקו הצהוב מציין את שיעור התלמידים בעלי הישגים הנמוכים ביותר במתמטיקה במדינות OECD (רמה 1 ומטה). הקו בצבע צהוב-כהה מציין את שיעור התלמידים בעלי הישגים הגבוהים ביותר במתמטיקה במדינות ה-OECD (רמה 5 ומעלה). רמת בקיאות 1 ומטה פירושה ציון של 420.07 נקודות או פחות ורמת בקיאות 5 ומעלה פירושה ציון של 606.99 ויותר. מקור: OECD, 2019a, table I.B1.8.

## 4.2 מאפיינים של הוראת מתמטיקה באסטוניה

### 4.2.1 למידה המותאמת ליכולות התלמידים ולהישגיהם

החל מכיתה א' מעודדים את התלמידים הנזקקים לסיוע בלימודים, את התלמידים בעלי הישגים הגבוהים ואת התלמידים המתעניינים במתמטיקה להשתתף בפעילויות העשרה ותגבור בתחום הדעת. בגילים 7 עד 15 חלוקה של תלמידים להקבצות לפי הישגיהם נדירה מאוד. מורים למתמטיקה נוהגים להקצות לתלמידים תרגילים שונים לשיעורי הבית על פי הישגיהם באמצעות רשת הניהול הבית ספרית eKool.<sup>7</sup> נוסף על שיעורי המתמטיקה הרגילים בתי הספר מציעים שיעורי העשרה והוראה מתקנת במתמטיקה, לצד הזדמנויות למידה נוספות.

תלמידים מוכשרים במתמטיקה וגם תלמידים המתעניינים בתחום דעת זה יכולים להשתתף במגוון פעילויות רשות כגון מועדונים, תחרויות וקורסים מקוונים. בהקשר זה מעניין להוסיף כי מחקרים מראים שמורים באסטוניה מציבים אמות מידה שוות לכלל התלמידים ומסלולי הרשות זוכים לפופולריות גם בקרב תלמידים בינוניים ואף חלשים.

אסטוניה פיתחה תרבות של תחרויות חינוכיות. רוב בתי הספר משתתפים בתחרויות מתמטיקה ארציות ובין-לאומיות. ההשתתפות בתחרויות אלה פופולרית ביותר בקרב תלמידים אסטונים בני כל הגילים (מורים מעריכים כי כשליש מן התלמידים בבתי הספר היסודיים משתתפים בתחרויות). כל בית ספר מקדיש שעה עד שעתיים בשבוע למועדוני מתמטיקה, שבהם מתקיימים לימודי

7 רשת הניהול הבית ספרית eKool, המשמשת בבתי ספר ברחבי אסטוניה, מכילה חומרי לימוד, מידע על תוכן השיעורים, שיעורי בית, ציונים, לוחות זמנים ואירועים. באמצעות חשבונות אישיים המערכת מציגה מידע שונה לתלמידים, להורים, למורים, למנהלים ומאפשרת תקשורת נוחה ביניהם. תלמידים, מורים והורים רבים משתמשים ברשת ניהול זו באמצעות אפליקציה המותקנת בטלפון הסלולרי שלהם.

העשרה במתמטיקה והכנה לתחרויות. עם תחרויות המתמטיקה נמנות [אולימפיאדת המתמטיקה הבינלאומית](#) לכיתות ד' עד י"ב, התחרות הקבוצתית [Nuputa](#) לכיתות ה' עד ז', תחרות המתמטיקה קנגורו לבני 7 עד 20 וכן [תחרות הסטטיסטיקה האירופית](#) לכיתות ז' ומעלה. תחרות מתמטיקה מפורסמת נוספת, שהחלה כטורניר לאומי והפכה לבינלאומית, היא תחרות חישוב מהיר בעל פה [Pranglimine](#) (mental arithmetic skills). מיומנויות של חישוב מהיר בעל פה זוכות לחשיבות רבה בהוראת המתמטיקה באסטוניה. חישוב מהיר בעל פה הוא תהליך המשלב חשיבה ופעולה, ובמהלכו התלמידים יוצרים דימויים מתמטיים ובד בבד מחשבים אותם ללא שימוש במחשבון, במחשב או בעט ונייר. בתהליך זה התלמידים בונים בסיס להגיית רעיונות מתמטיים. תמריצים רבים מניעים את התלמידים להשתתף בתחרויות, ובהם ההכרה הבית ספרית שלה זוכים המשתתפים והזוכים והרצון להגביר את הסיכויים להתקבל לתיכונים בעלי מוניטין. מכיתה ז' ואילך יכולים התלמידים להשתתף בקורסי מתמטיקה מקוונים שמציעות האוניברסיטאות. השלמת הקורסים מזכה את התלמידים בנקודות אקדמיות.

מערכת החינוך האסטונית תומכת בתלמידים עם הישגים נמוכים וכן בתלמידים עם לקויות למידה. בתי הספר מציעים שעה עד שלוש שעות בשבוע של הוראה מתקנת במתמטיקה. המורים שרואיינו מספרים ששליש עד מחצית מהתלמידים משתתפים בשיעורים אלה. אף על פי שהשתתפות בפעילויות הנוספות תלויה ברצון התלמידים, מעודדים תלמידים בעלי הישגים נמוכים להשתתף בהם. יתר על כן, ילדים עם לקויות למידה זכאים למפגש שבועי אישי של שעה עם מורה למתמטיקה.

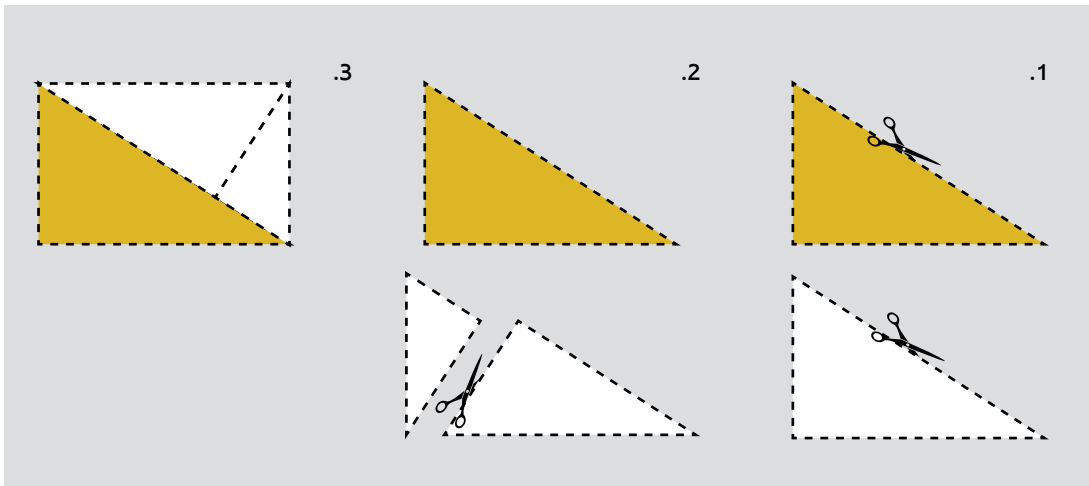
#### 4.2.2 הכשרת מורים ופיתוח מקצועי

הכשרת המורים באסטוניה ממושכת ומתאפיינת ברמה אקדמית גבוהה. ההכשרה ממשיכה לאורך הקריירה באמצעות אפיקי תמיכה למורים מתחילים ופיתוח מקצועי מתמשך (CPD). על כלל מורי בית הספר לסיים לימודי תואר ראשון ושני. לרוב המורים המקצועיים למתמטיקה (בשונה מהמורים הכלליים, המלמדים בכיתות הנמוכות) תואר ראשון במתמטיקה ותואר שני מחקרי בחינוך מתמטי הכולל כתיבת תזה.

אסטוניה מפעילה מערך מתפקד היטב של פיתוח מקצועי לאורך הקריירה. אוניברסיטאות, מרכזים לאומיים, בתי ספר וארגונים פרטיים שותפים לפיתוח זה. כמו כן בכל מחוז פועלים רכזי מתמטיקה, שאחראים לארגון מפגשים מקומיים לצורך פיתוח מקצועי. בתי הספר או המדינה מממנים במלואן את כל תוכניות הפיתוח המקצועי. שלוש דרגות הפיתוח המקצועי של מורים לאורך הקריירה הן מורים, מורים בכירים ומורים מומחים. כדי לעלות בדרגה על המורים לעמוד באמות מידה מסוימות, לרכוש כישורים ולייצר תוצרים מקצועיים כגון תיקי עבודות, פרויקטים מחקריים ותוצרי הערכה. חלק מגופי השלטון המקומי קושרים בין שכר המורים לדרגת הפיתוח המקצועי שלהם. פרופ' לפיק ציין שהמורים למתמטיקה משתתפים באופן פעיל בתוכניות ובפרויקטים לפיתוח מקצועי. כשני שלישים מהמורים למתמטיקה (כמעט פי שניים מהממוצע במדינות ה-OECD) דיווחו כי השתתפו בתוכנית לפיתוח מקצועי במתמטיקה בשלושת החודשים שקדמו למבחן פיז"ה. כשני שלישים מהמורים מדווחים כי זכו להערכת עמיתים על מערכי שיעור, על כלי הערכה או על שיעורים שהעבירו, וכ-90% מהמורים זכו לתצפיות של מורים בכירים (ממוצע ה-OECD הוא 68%). נוסף על כך 95% מהמורים באסטוניה דיווחו כי הם זוכים לתמיכה מצד מנטורים.

המורים הדגישו את תפקידו המרכזי של הארגון הלאומי של המורים למתמטיקה בפיתוח המקצועי המתמשך שלהם. בארגון קהילה פעילה של יותר מ-300 מורים ואנשי אקדמיה בתחום הוראת המתמטיקה. בפגישות הארגון עוסקים המשתתפים בשיטות הוראה קלאסיות וחדשניות כאחד, מחליפים חומרי לימוד, מציגים פרויקטים ולומדים זה מניסיונו של זה. חברי הוועד המנהל של הארגון, שרבים מהם מורים למתמטיקה בעצמם, נפגשים באופן מקוון מדי שבוע. מורים

## איור 1: מציאת שטח משולש



המשתתפים במפגשי הארגון חולקים את הידע שרכשו עם עמיתיהם בקהילת המורים המקומית. עוד הזכירו המורים [שמגזין המורים](#), מגזין שבועי בהוצאת המדינה, הוא עבורם מקור לעדכונים מתמטיים ופדגוגיים כלליים.

### 4.2.3 שימוש בשפה המתמטית

אין זה מפתיע שאסטוניה הגיעה למקום הרביעי ביכולות הקריאה במבחן פיז"ה לשנת 2018. המורים הכלליים והמורים המלמדים תחומי דעת מסוימים באסטוניה שמים דגש רב על הבנת הנקרא ועל יכולת הסקה. תרגילים מילוליים מורכבים משולבים בכל נושא מתמטי שנלמד. תרגילים מילוליים ארוכים למדי משולבים בשיעורי המתמטיקה כבר מכיתה ב' ו-ג'. לדברי וולט, המבנה של הפרקים במרבית ספרי הלימוד הוא זה: תחילה מופיעים תרגילי למידה משמעותית, לאחר מכן תרגילים מעשיים ולבסוף מטלות עתירות טקסט. מידת המורכבות של הבעיות המילוליות עולה בהדרגה בכל כיתה. לקראת סיום בית הספר היסודי בתי ספר רבים משלבים בלימודי המתמטיקה שיעור נפרד העוסק בתאוריות וברעיונות מתמטיים מופשטים. המורים למתמטיקה מעריכים את היכולת לדון ולהסיק מסקנות מושכלות ומבכרים אותה על פני שינון טהור. המורים מציינים כי הם משתמשים בעבודה קבוצתית מדי שבוע, כדי לאפשר לתלמידים להשתמש באוצר מילים הקשור למתמטיקה.

### 4.2.4 למידה חווייתית

לפי גישת הלמידה המשמעותית, העומדת בלב מסורת החינוך המתמטי באסטוניה, למידת מתמטיקה פירושה ניסוח כללים מתוך התנסות וביצוע מטלות מעשיות. המורים למתמטיקה משתמשים הן בטכנולוגיות מידע ותקשורת, הן בטכניקות קלאסיות כדי להפוך את הלמידה - היחידנית והקבוצתית - לחווייתית ופעילה. לשם המחשה נציג מטלה יחידנית טיפוסית הלקוחה מספר לימוד פופולרי לכיתה ו' ועוסקת במציאת שטח של משולש. במטלה זו התלמידים מתבקשים לצייר ולגזור שני משולשים ישרי זווית זהים, לגזור אחד מהם לשני משולשים ישרי זווית קטנים יותר, ולאחר מכן לחבר את שלושת המשולשים לכדי צורה מוכרת (חיבור הצורות אמור להוביל ליצירת מלבן) - ראו איור 1. טכניקה קלאסית שנוקטים המורים בכלל המקצועות באסטוניה ותומכת בלמידה חווייתית היא הוראה בחלל הפתוח (כגון חצר בית הספר), למידה בשעת סיור בעיר וכדומה. רשת התקשורת האלחוטית (Wi-Fi) פתוחה בכל רחבי המדינה ומאפשרת לתלמידים להשתמש בטאבלטים בשיעורי מתמטיקה בכל מקום. חלק מן המורים ציינו בהומור שגישה ל-Wi-Fi חשובה באסטוניה כמעט כמו זכות אדם.

למידה חווייתית מתקיימת גם במטלות קבוצתיות. בראיונות ציינו המורים למתמטיקה שהם מקיימים עבודה קבוצתית ועבודה בזוגות לפחות פעם בשבוע. דוגמה לעבודה קבוצתית בכיתות י' היא "קבוצות מומחים": הכיתה נחלקת לשלוש קבוצות, וכל קבוצה לומדת לעומק דרך אחרת לפתרון בעיה מתמטית. לאחר שחברי הקבוצה מתמחים בסוג האלגוריתם, הם מסבירים לשאר הכיתה כיצד הוא פועל. לבסוף כל תלמיד ותלמידה בוחרים באסטרטגיה העדיפה עליהם לפתרון סוג זה של בעיות.

#### 4.2.5 למידה בהקשר אמיתי

על פי רעיון הלמידה המשמעותית, על לימודי מתמטיקה להיות רלוונטיים ככל האפשר עבור הלומדים. כלומר השיעורים צריכים להילמד בהקשר של העולם האמיתי ובכך להעביר את הרושם שהמתמטיקה יכולה להיות שימושית בחיי התלמידים. ללמידה בהקשר אמיתי ובאמצעות דוגמאות מחיי היום-יום מעמד מרכזי בתוכניות הלימודים של כלל תחומי הדעת, בהוראה בין-תחומית ובהוראת נושאים מתמטיים.

באסטוניה רואים במקצוע המתמטיקה בסיס ללימוד תחומי הדעת האחרים. לדבריה של רין סאר, מורה למתמטיקה בתיכון למדעים טאלין: "אנו, המורים למתמטיקה, בונים את היסודות, ומורים אחרים בונים את הבניין; או לחלופין - אנו בונים את המבנה עצמו, והם מפתחים את הפרטים". מדי כמה שנים נפגשים כל מורי בית הספר, היסודי או התיכון, כדי לדון בשילוב המיטבי בין תחומי הדעת השונים. מורים למתמטיקה מלמדים את התוכן המתמטי לפני שנעשה בו שימוש בתחומי דעת אחרים (חישוב אחוזים, למשל, נלמד לפני שהתלמידים משתמשים בו בשיעורי כימיה). תוכנית הלימודים במתמטיקה מפרטת דרכים ליישום כל נושא מתמטי הן בהמשך לימודי המתמטיקה, הן במקצועות אחרים. כך התלמידים מבינים שלמידת המתמטיקה היא המפתח להצלחתם אף בתחומי דעת אחרים.

בראיונות ציינו המורים כי הוראה בין-תחומית מאפשרת לתלמידים להתוודע לשימושים השונים של המתמטיקה. המורים למתמטיקה לומדים כיצד ללמד בסביבה בין-תחומית בלימודי התואר השני. שיעורי המתמטיקה כוללים בכל שנה כמה פרויקטים חוצי נושא, העוסקים בנושאים שאינם קשורים בהכרח למקצוע, כגון היסטוריה והשפה האסטונית. סאר הדגימה עיקרון זה באמצעות פרויקט שפה ומתמטיקה שהיא עורכת לתלמידי כיתה ז'. הפרויקט מתחיל בכתיבת יומן אישי מפורט המתאר את פעילותם של התלמידים במשך 24 שעות. לאחר מכן לומדים התלמידים להציג את הנתונים שלהם באמצעות תרשים עוגה וכתיבת מאמר לשיעור שפה.

עיקרון הלמידה המשמעותית מעודד את המורים למתמטיקה ללמד בהקשרים אמיתיים. תוכנית הלימודים להוראת מתמטיקה לתואר שני באוניברסיטת טאלין כוללת קורס שלם המתמקד בלמידה בסביבות למידה פתוחות. דוגמה לפעילות למידה כזו נתנה אן אסאמטס, מורה למתמטיקה לבית הספר היסודי והתיכון בעיר Kilingi-Nõmme. באחד הפרויקטים שלה התבקשו התלמידים לבחור צורה כלשהי ולתכנן בשכונתם שביל הליכה אמיתי שצורתו זהה, באמצעות תוכנת הכושר אנדומונדו (Endomondo). כדי להצליח בפרויקט נדרשו התלמידים להביא בחשבון את זווית הפניות בשביל, את מרחקי ההליכה ואת השטח הכולל. בפרויקט אחר, שתיארה אניקה וולט, מורה למתמטיקה בבית הספר היסודי ליס בטאלין, תלמידי כיתה ח' למדו על מדידה עקיפה באמצעות מדידת גובהו של עץ בשלושה אופנים שונים.

#### 4.2.6 למידה מבוססת חקר

באסטוניה למידה משמעותית של מתמטיקה משלבת פיתוח כושר המצאה ויצירתיות עם למידה קונסטרוקטיבית, המאפשרת פיתוח ידע באופן עצמאי. הליקה טויקה, מורה למתמטיקה בבית הספר היסודי Lügenuse, ציינה כי אחד ממוקדי הפיתוח המקצועי המתמשך למורי מתמטיקה

הוא למידה מבוססת חקר, שבה תפקיד המורה לעודד את התלמידים להציע פתרונות משלהם. סאר הדגישה גם היא את חשיבות למידת החקר: "אם התלמידים מקבלים את המידע באופן פסיבי, הם ישכחו אותו למוחרת". בכיתה ח' התלמידים נדרשים לערוך פרויקט מחקר עצמאי באחד מתחומי הדעת. תלמידים רבים בוחרים בתחום המתמטיקה.

#### 4.2.7 אוטונומיית המורה

חלק מאנשי החינוך בתחום המתמטיקה מאמינים כי הצלחתה של אסטוניה במתמטיקה נעוצה באוטונומייה של המורה. המורים, הזוכים להכשרה גבוהה מאוד במדינה, מקבלים יחס של אנשי מקצוע עצמאיים. הם מכירים את תוכנית הלימודים הלאומית ויודעים מה מצופה מהם, אך אין מפקח פנימי או גוף חיצוני שבוחן את גישתם לתוכנית הלימודים. המורים נוהגים לבקש מהתלמידים להשתמש בספר לימוד אחד או שניים בלבד ובכמה משאבים מקוונים נוספים. עם זאת המורים הם שבוחרים, על פי טעמם האישי, את הרכב המקורות והמשאבים שימשו אותם בהכנת השיעור. בהקשר זה ציינה וולט: "המורים הם אנשים יצירתיים שמבקשים לקבל בעצמם החלטות בנוגע להוראה שלהם, במקום לקבל תסריטים שכתב מישהו אחר ולדקלם אותם בכיתה".

במהלך המחקר ציינו המורים גורמים נוספים העשויים לתרום להישגים הגבוהים של תלמידי אסטוניה במבחנים בין-לאומיים במתמטיקה, ובהם איכות גבוהה של חומרי ההוראה, שעות לימוד רבות אשר מוקצות למתמטיקה, מדידת הישגים שיטתית (בממוצע אחת לשבוע), הקפדה על מיומנויות של חישוב מהיר בעל פה, מעורבות הורים בלמידה ובתרגול ושימוש נרחב בעזרי מידע אלקטרוניים.

## 5. הוראת מתמטיקה בהולנד - רקע וממצאים

### 5.1 רקע

הולנד היא מונרכיה חוקתית ובה 17 מיליון תושבים. עיר הבירה שלה היא אמסטרדם, וממשלתה שוכנת בעיר האג. הולנד ממלאת תפקיד מרכזי בסחר העולמי זה מאות שנים. כעת היא מדורגת במקום ה-17 ברשימת הכלכלות הגדולות בעולם. להולנד היסטוריה ארוכה של סובלנות חברתית, והיא אחת המדינות הראשונות שנתנו תוקף חוקי לתופעות שנויות במחלוקת כגון זנות והמתת חסד.

משרד החינוך, התרבות והמדעים בהולנד ממונה על הניהול, הפיקוח והמימון של מערכת החינוך, ואילו הנהלות בתי הספר אחראיות לרישום התלמידים, לניהול סגל העובדים ולמדיניות הפיננסית של בית הספר. בהולנד הילדים לומדים באותה מסגרת חינוכית מגיל ארבע ועד כיתה ו'. עם סיום הלימודים בבית הספר היסודי התלמידים יכולים להירשם לאחד משלושה מסלולים: תיכון כללי, תיכון קדם-מקצועי או תיכון קדם-אוניברסיטאי.

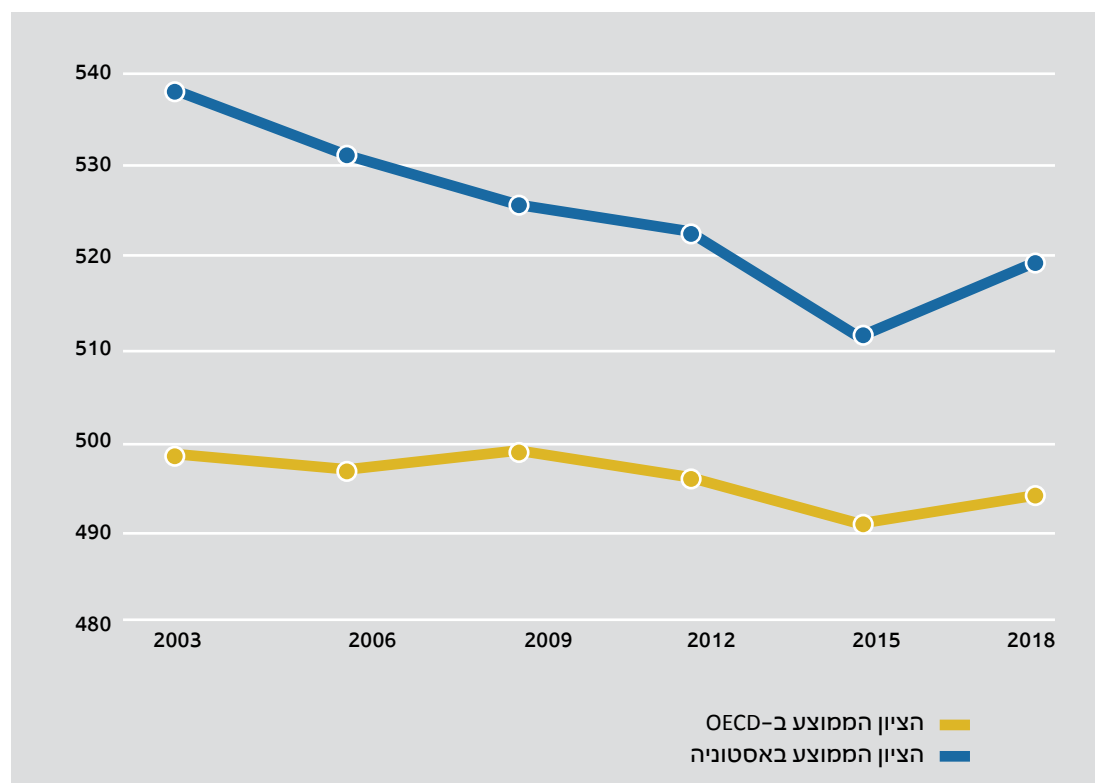
הולנד ניצבת במקום ה-24 במדד העולמי של מעמד המורה. המשכורת הממוצעת של מורים בהולנד גבוהה מהמשכורת הממוצעת של מורים ב-OECD, אך היחס בין משכורת המורה הממוצעת לבין משכורתם הממוצעת של אקדמאים בהולנד נמוך מממוצע ה-OECD. על פי נתוני ה-OECD משנת 2018, המשכורת השנתית ההתחלתית של מורים בהולנד היא בממוצע 41,133 דולר אמריקאי בכלל שכבות הגיל (ממוצע המשכורת ההתחלתית של מורים ב-OECD הוא 33,058 דולר אמריקאי בבית הספר היסודי, 34,230 דולר אמריקאי בחטיבת הביניים ו-35,859 דולר אמריקאי בחטיבה העליונה). המשכורת השנתית הממוצעת של מורים בהולנד לאחר 15 שנות ניסיון היא 63,413 דולר אמריקאי בבית ספר יסודי (בעוד ממוצע ה-OECD הוא 45,947 דולר אמריקאי), 76,006 דולר אמריקאי בחטיבת הביניים ובחטיבה העליונה (בעוד ממוצע ה-OECD

הוא 47,675 דולר אמריקאי בחטיבת הביניים ו-49,804 דולר אמריקאי בחטיבה העליונה).<sup>8</sup> על פי נתוני ה-OECD משנת 2017, היחס בין שכר המורים בהולנד לבין שכר העובדים בעלי השכלה גבוהה במדינה הוא 0.71 עבור מורים בבית הספר היסודי (ממוצע ה-OECD הוא 0.84) ו-0.89 עבור מורים בחטיבת הביניים ובחטיבה העליונה (ממוצע ה-OECD הוא 0.88 עבור מורים בחטיבת הביניים ו-0.93 עבור מורים בחטיבה העליונה).

הולנד מקיימת מבחני הערכה ארציים ובין-לאומיים כדי לספק לבתי הספר ולקובעי המדיניות מידע על ביצועי התלמידים. מבחני ההערכה הארציים מתקיימים בשנת הלימודים האחרונה של בית הספר היסודי ובשנת הלימודים האחרונה של בית הספר העל-יסודי (מבחני בגרות). רוב בתי הספר נעזרים בבחינות שמפתח Cito, המוסד הלאומי להערכה חינוכית. המורים ומנהל בית הספר מביאים בחשבון את ציוני התלמידים בסיום בית הספר היסודי בבואם לגבש המלצה בדבר המסלול המתאים ביותר ללימודי המשך. הציון הסופי משוקלל לפי הציון בבחינת הגמר וביצועי התלמיד במבחנים הפנימיים של בית הספר.

במבחן פיז"ה לשנת 2018 נבחנו כ-5,000 תלמידים הולנדים, אשר ייצגו מבחינה סטטיסטית 91% מבני ה-15 במדינה. הולנד הגיעה למקום התשיעי בהישגי המתמטיקה. בשנת 2018 דורגו כ-84% מהתלמידים ברמת בקיאות 2 ומעלה (הממוצע ב-OECD הוא 76%), וכ-18% ברמת בקיאות 5 ומעלה (לעומת ממוצע של 11% ב-OECD). עם זאת הציונים של תלמידי הולנד במתמטיקה יורדים עם השנים, בדומה למדינות רבות הניצבות בראש רשימת המדינות המצליחות במבחן.

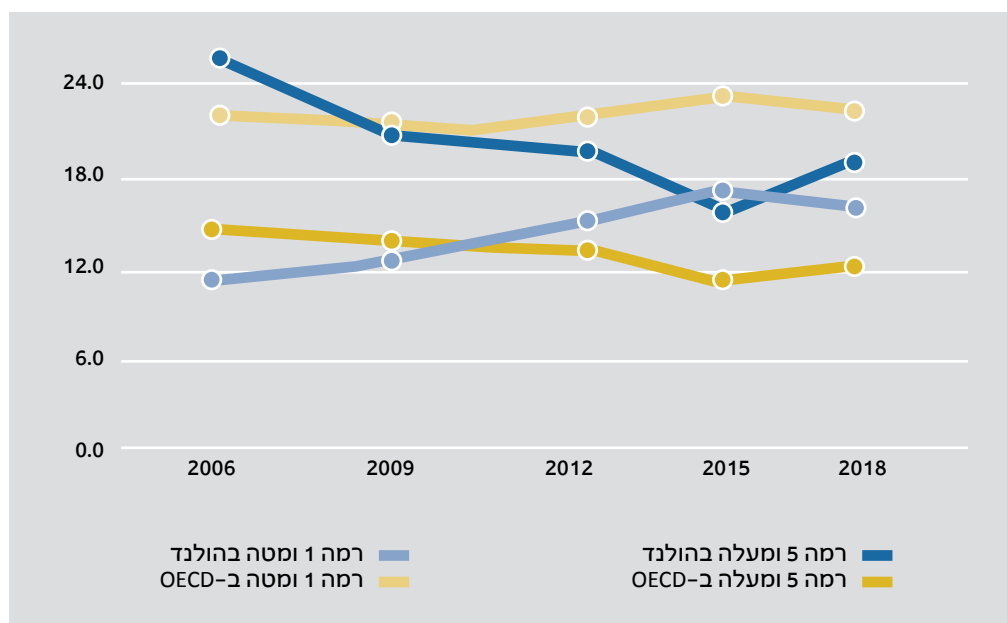
תרשים 3: הציונים הממוצעים במבחן פיז"ה במתמטיקה בהולנד ובמדינות ה-DCOE בין השנים 2002-2018



הערות: הקו הכחול מציין את הציונים הממוצעים במבחן פיז"ה במתמטיקה בהולנד. הקו הצהוב מציין את הציונים הממוצעים במבחן פיז"ה במדינות ה-OECD, לפי נתונים מאומתים ממבחני ההערכה של פיז"ה. מקור: OECD, 2019a, table I.B1.11.

8 על פי נתוני ארגון VO-RAAD, המייצג משנת 2019 330 ועדים של בתי ספר בהולנד, בבתי ספר יסודיים מורים זוטרים מרוויחים בממוצע 38,259 דולר אמריקאי, מורים בכירים מרוויחים בממוצע 63,401 דולר אמריקאי, ומורים אקדמאים בכירים (academic senior teachers) מרוויחים בממוצע 72,146 דולר אמריקאי. בבית הספר התיכון מורים זוטרים מרוויחים בממוצע 40,445 דולר אמריקאי, מורים בכירים מרוויחים בממוצע 73,239 דולר אמריקאי ומורים אקדמאים בכירים מרוויחים בממוצע 83,007 דולר אמריקאי.

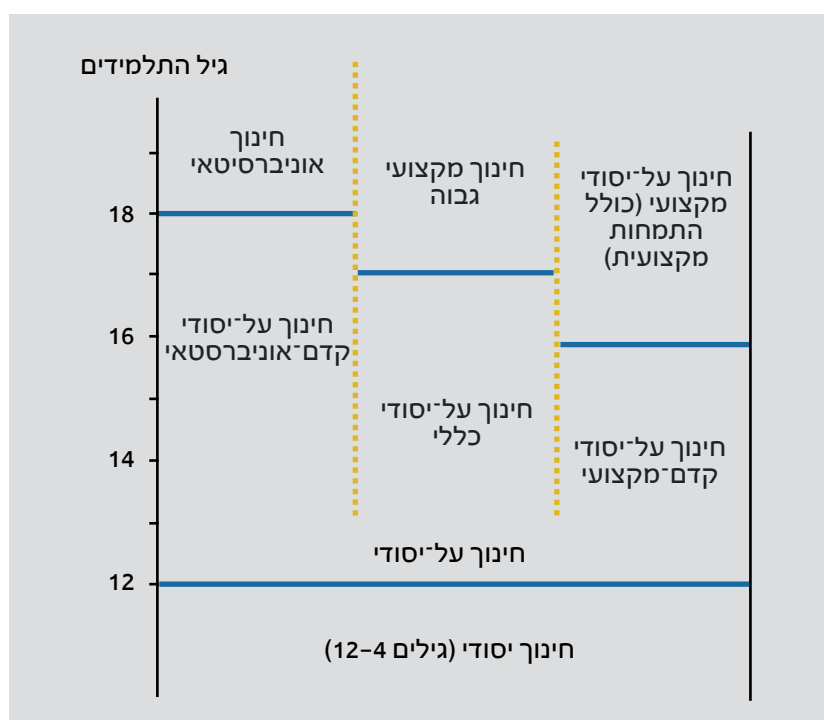
**תרשים 4: שיעור בעלי ההישגים הנמוכים והגבוהים ביותר במתמטיקה בהולנד ובמדינות ה-OECD במבחני פיז"ה בין השנים 2003-2018**



הערות: הקו בצבע תכלת מציין את שיעור התלמידים ההולנדים בעלי ההישגים הנמוכים ביותר במתמטיקה (רמה 1 ומטה). הקו הכחול-כהה מציין את שיעור התלמידים ההולנדים בעלי ההישגים הגבוהים ביותר במתמטיקה (רמה 5 ומעלה). הקו הצהוב-בהיר מציין את שיעור התלמידים בעלי ההישגים הנמוכים ביותר במתמטיקה במדינות OECD (רמה 1 ומטה). הקו הצהוב-כהה מציין את שיעור התלמידים בעלי ההישגים הגבוהים ביותר במתמטיקה במדינות OECD (רמה 5 ומעלה). רמת בקיאות 1 ומטה פירושה ציון של 420.07 נקודות או פחות, ורמת בקיאות 5 ומעלה פירושה ציון של 606.99 ויותר. מקור: OECD, 2019a, table I.B1.8.

**5.2 מאפיינים של הוראת מתמטיקה בהולנד**  
**5.2.1 למידה המותאמת ליכולות התלמידים ולהישגיהם**

**דיאגרמה 1: מערכת החינוך ההולנדית**





הנק ואן דר קוי, לשעבר מתאם תחום המתמטיקה והמדעים בוועדה הלאומית לבחינות מרכזיות בהולנד וכותב תוכניות לימודים, ציין כי לפי התרשמותו "אחד ההסברים לביצועינו הטובים במבחן פיז"ה הוא שכל תלמיד לומד מתמטיקה ברמה שלו מכיתה ז'. כשכל התלמידים בשכבת גיל מסוימת לומדים את אותו החומר, המורה נאלץ ללמד במעין תחום אפור כדי להתאים את רמתו לכמה שיותר תלמידים. בעקבות כך התלמידים המתקשים אינם מצליחים להבין והתלמידים המוכשרים אינם מאתגרים כלל".

תלמידים בני 12 עד 18 לומדים מתמטיקה ברמות ובגישות שונות - ממתמטיקה מעשית אשר מוכוונת לתחום התעסוקה ועד מתמטיקה תאורטית ומופשטת. החל מכיתה ז' מחולקים התלמידים לשלושה מסלולים:<sup>9</sup> חינוך על-יסודי קדם-אוניברסיטאי (עד גיל 18), חינוך על-יסודי כללי (עד גיל 17) וחינוך על-יסודי קדם-מקצועי (עד גיל 16).<sup>10</sup> בתום הלימודים במסלול העל-יסודי הקדם-מקצועי עוברים התלמידים לתיכון מקצועי אשר שוכן במוסד נפרד. בוגרי המסלול העל-יסודי הכללי יכולים להמשיך לחינוך מקצועי גבוה,<sup>11</sup> ואילו בוגרי החינוך העל-יסודי הקדם-אקדמי יכולים להמשיך אף ללימודי תואר ראשון. כלל התלמידים בחינוך העל-יסודי הקדם-מקצועי לומדים מתמטיקה באותה רמה. גם בחינוך העל-יסודי הכללי ובחינוך העל-יסודי הקדם-אוניברסיטאי לא קיימות מגמות מתמטיקה בכיתות ז' עד ט'. עם זאת בכל אחד מן המסלולים נלמדת תוכנית לימודים במתמטיקה בעלת היקף ועומק שונה.

החל מהשנה הראשונה בחינוך העל-יסודי הקדם-מקצועי והחל מהשנה הרביעית בחינוך העל-יסודי הכללי ובחינוך העל-יסודי הקדם-אוניברסיטאי נפרדות מערכות השעות של התלמידים ונחלקות לאשכולות של מקצועות על פי תחומי העניין שלהם. האשכולות המוצעים בחינוך העל-יסודי הקדם-מקצועי הם לימודים מקצועיים בסיסיים, הכנה למקצועות הניהול, לימודים משולבים (מקצועיים ותאורטיים) ולימודים תאורטיים, ואילו האשכולות המוצעים בחינוך העל-יסודי הכללי ובחינוך העל-יסודי הקדם-אוניברסיטאי הם מדע וטכנולוגיה, מדע ובריאות, תרבות וחברה וכלכלה וחברה.<sup>12</sup> בשנה הרביעית של שני מסלולים אלה מוצעות ארבע מגמות מתמטיקה בעלות מטרות לימוד שונות, המותאמות לאשכול הלימודים שבו התלמידים בחרו: הקורס מתמטיקה A מתמקד ביישומים של מתמטיקה ומשמש קורס הכנה למדעי החברה, ואילו הקורס מתמטיקה B מתמקד במתמטיקה מופשטת ומשמש קורס הכנה למדעים המדויקים. תוכני הקורס מתמטיקה C חופפים במידה מסוימת את תוכני הקורס מתמטיקה A, והקורס מתמטיקה D מוצע כקורס רשות נוסף.

לצד שיעורי המתמטיקה הרגילים מקבלים התלמידים הזדמנויות נוספות לעסוק במתמטיקה. תלמידים בעלי כישרון או מוטיבציה יכולים ללמוד על פי תוכניות למידה אישיות (Traject op maat) המותאמות ליכולותיהם ולתחומי העניין שלהם, או להשתתף בתחרויות. תחרות המתמטיקה הפופולרית ביותר היא שעשועון החידות הבין-לאומי קנגורו, המיועד לתלמידי כיתות א'-ב. המורים למתמטיקה מלווים את התלמידים לתחרויות הגמר. מידת הפופולריות של ההשתתפות בתחרויות משתנה מבית ספר לבית ספר, בהתאם לאג'נדה של בית הספר. 43% מבתי הספר העל-יסודיים מציעים לבני 15 להשתתף בתחרויות מתמטיקה. בכיתות ז' עד ט' מורים מתוגמלים בעבור שעה עד שלוש שעות של קבלת תלמידים וסיוע פרטני, שלו זכאים כלל התלמידים. כמו כן 56% מבתי הספר מציעים לתלמידים בני 15 שיעורי העשרה או הוראה מתקנת במתמטיקה (לעומת ממוצע של 65% במדינות OECD).

9 לצד שלושת מסלולי לימוד אלה, קיימות תוכניות להשתלבות ישירה בשוק העבודה המוצעות לתלמידים שאינם כפויים לגשת למבחני הבגרות.

10 אם תלמיד מעוניין לעבור למסלול מתקדם יותר, למשל לעבור מן המסלול העל-יסודי הקדם-מקצועי למסלול על-יסודי כללי, באפשרותו לעשות זאת בתוספת שנת לימודים אחת (משמע ללמוד את משך הלימודים הרגיל של המסלול המתקדם יותר).

11 אשר בחלקו מקביל ללימודים אוניברסיטאים בישראל, כגון לימודי חינוך.

12 מתמטיקה היא מקצוע חובה בכל אחד מן האשכולות הללו פרט לאשכול לימודים מקצועיים בסיסיים של המסלול הקדם-מקצועי.

## 5.2.2 הכשרת מורים ופיתוח מקצועי

הכשרת המורים, אשר מתקיימת במכללות ובאוניברסיטאות, כוללת תוכניות נפרדות למורים למתמטיקה בבית הספר היסודי ובתיכון. מורים בבית הספר היסודי מוכשרים ללמד את כל תחומי הדעת הנלמדים בבית הספר היסודי. הכשרת המורים למתמטיקה בתיכון נחלקת להכשרה ברמה א' ולהכשרה ברמה ב'. מורים למתמטיקה בחינוך העל-יסודי נדרשים להיות בעלי תואר ראשון במתמטיקה ותואר שני בחינוך. מורים למתמטיקה בבית הספר העל-יסודי שעברו הכשרה ברמה ב', יכולים ללמד בשלוש השנים הראשונות של המסלול הקדם-אוניברסיטאי והמסלול הכללי בתיכון, וכן בכל שנות הלימוד במסלול הקדם-מקצועי ובמסלול התיכוני המקצועי. מורים בבית הספר העל-יסודי יכולים לעבור הכשרה להוראה ברמה א' לאחר סיום לימודים ברמה ב' או לאחר קבלת תואר שני במתמטיקה. לאחר סיום הכשרה ברמה א' מורים למתמטיקה יכולים ללמד בכל הכיתות בבית הספר התיכון.

"אחד הגורמים שתורמים לרמה הגבוהה של הוראת המתמטיקה בהולנד הוא התיאום שבו פועלות מחלקות המתמטיקה בבתי הספר. המורים משתפים זה את זה במערכי השיעור וצופים זה בזה בעת העברת שיעורים", סיפרה ד"ר סוניה אברנטס גרסיה פלהא מהמרכז למחקר יישומי בחינוך באוניברסיטת אמסטרדם למדעים יישומיים. במרבית בתי הספר נפגשים המורים למתמטיקה מדי שבוע כדי לתכנן את ההוראה ולהתפתח מקצועית. לפי נתוני תוצאות מבחן פיז"ה לשנת 2018, כמעט כל המורים בהולנד זוכים לתמיכה מצד מנטורים. 53% ממורי חטיבות הביניים מדווחים כי זכו לביקורת עמיתים על מערכי השיעור, על כלי ההערכה או על השיעורים שלהם בשנה שקדמה למבחן פיז"ה (הממוצע במדינות OECD הוא 60%). ראוי לציין כי 85% מהמורים דיווחו שחברי סגל בכיר צפו בשיעוריהם (הממוצע ב-OECD הוא 68%), ושליש דיווחו על השתתפותם בתוכנית לפיתוח מקצועי במתמטיקה בשלושת החודשים שקדמו למבחן פיז"ה לשנת 2012 (הממוצע ב-OECD הוא 37.5%).

## 5.2.3 למידה חווייתית

בראיונות שנערכו ניכר כי במהלך כיתות ז' עד ט' מתאמצים המורים למתמטיקה לעורר מוטיבציה בתלמידים באמצעות למידה חווייתית. בשנים שלאחר מכן הוראת המתמטיקה נוטה להיות ממוקדת יותר בהכנה למבחן הבגרות. המורים ציינו כי הלמידה החווייתית חשובה עבור כל התלמידים, ובעיקר עבור תלמידי המסלול הקדם-מקצועי והמסלול הכללי. אריק ואן הארן, מורה למתמטיקה בחינוך העל-יסודי בבית הספר האזורי Booxmeer, אמר: "במהלך השנים הללו אנו מנסים להפוך את השיעורים למהנים ולהשתמש בלמידה פעילה כדי להגביר את העניין של התלמידים במתמטיקה".

מורים למתמטיקה נעזרים לעיתים קרובות בעבודה קבוצתית ובעבודה בזוגות. ואן הארן ציין כי "הדבר מאפשר לתלמידים ללמוד זה מזה ונותן להם מוטיבציה". שימוש תכוף יותר נעשה בעבודה בזוגות ולא בעבודה הקבוצתית, וחלק מהמורים משתמשים בה כמעט מדי שיעור. ואוטר לודן, מורה למתמטיקה בקולג' סנט מיכאל, ציין:

"במהלך מרבית השיעורים שלי התלמידים מקבלים כ-15 דקות לעבודה אישית בדממה, ולאחר מכן הם יכולים לדון ביניהם. הם לומדים רבות זה מזה. לפעמים אני מעביר תלמידים ממקום למקום באופן טקטי כדי שיעזרו לתלמיד אחר. הם רגילים לכך. אני חושב שלמידה בזוגות היא עניין תרבותי שנעשה בו שימוש בתחומי דעת רבים. איסור על עבודת עמיתים עשוי לעורר התנגדות רבה. התלמידים שמחים להסביר את החומר לתלמידים אחרים שאינם מבינים, וכשהם עושים זאת הם מרגישים טוב עם עצמם".

#### 5.2.4 למידה מבוססת חקר

לפי עקרונות החינוך המתמטי הריאליסטי של הנס פרוידנטל (RME - Realistic Mathematics Education), השימוש בתוכנית לימודים מובנית ומוכנה מראש במתמטיקה היא "היפוך אנטי-דידקטי", המבוסס על ההנחה השגויה שאפשר להעביר את תוצאות החשיבה המתמטית ישירות אל התלמידים. במקום זאת על החינוך המתמטי לתת לתלמידים הזדמנות מונחת "להמציא מחדש" את המתמטיקה. המורים ציינו כי בניית ידע מלמטה למעלה נמצאת בליבה של הוראת המתמטיקה בהולנד. הסבירה ג'וליאנה קואטסיאריאן, מורה למתמטיקה בחינוך העל-יסודי בתיכון Zaanlands Lyceum: "הוראת המתמטיקה בהולנד מתמקדת בתובנות המתמטיות שאליהן מגיעים התלמידים יותר מאשר בשכפול הידע שכבר למדו". מורה נוסף ציין כי מורים למתמטיקה בהולנד "לא מתחילים בלימוד מתמטיקה מופשטת ומאלצים בכך את התלמידים לתרגל עד זוב דם ולקלוט את החומר דרך האצבעות. במקום זאת ההוראה מתחילה ברמת החשיבה וההבנה של התלמיד". המורים סיפרו כי הם מנסים לאפשר לתלמידים להציע גישות משלהם לפתרון בעיות מתמטיות. כדי להצית למידה מבוססת חקר, המורים משתמשים בטכניקות שונות ובהן שאלות המזמנות גילוי, תרגילים שפתרון מצריך שימוש בידע בלתי רשמי או היגיון בריא, ושילוב בין כמה נושאים מתמטיים. שאלות המזמנות גילוי מופיעות בכל אחד מהפרקים בספרי הלימוד ובכל אחד מהמבחנים העיקריים.

האתגר שמציבה הגישה מבוססת החקר עלול לעורר בקרב התלמידים התנגדות פסיכולוגית. למידה פסיבית מרגילה את התלמידים לא להתאמץ. אריק ואן הארן תיאר בריאיון עימו: "אם מורה מספק לתלמידים את התשובה במהירות וזה הכול, התלמידים לא מקבלים גירוי מחשבתי והחשיבה שלהם נהיית לא עצמאית". כדי לתמוך בחשיבה העצמאית, המורים מאפשרים לתלמידים להתמודד עם עבודה בלתי מודרכת הן באופן אישי, הן בקבוצה. "אנחנו מלמדים אותם לחשוב במצבים קשים", אמר ואוטר לודן. יספר ואן דר סחורס, מורה למתמטיקה בתיכון Maimonides, שיתף בניסיונו: "מעניין מאוד לראות מה קורה במוחו של התלמיד כשהוא מגיע לנקודה שבה הוא לא יכול להמשיך לפתור תרגיל. במצב שכזה אני יכול לשאול אותו: 'מה אפשר לעשות? האם יש דברים מסוימים שאתה כבר יודע? אולי כדאי לשרטט שרטוט קטן?' אני נותן לו כל מיני טיפים קטנים לפתרון הבעיה". טכניקות לפתרון בעיות משולבות בספרי הלימוד ומורים למתמטיקה משתמשים בהן לעיתים קרובות. הנק ואן דר קוי ציין כי אחד מעמיתיו אמר לו יום אחד שלדעתו התלמידים ההולנדים פתוחים לאתגרים באופן יוצא דופן. לדבריו, כאשר השאלות במבחן פיז"ה נגעו בנושאים שעדיין לא נלמדו, בלטו התלמידים ההולנדים בהחלטתם להתמודד איתן ולא לוותר.

#### 5.2.5 שימוש בשפה המתמטית

מהראיונות עולה כי בשיעורי מתמטיקה בהולנד המורים מעודדים את התלמידים להיות מעורבים בדיונים הקבוצתיים והכיתתיים ולהביע את דעתם האישית. "בעזרת הדיונים בכיתה אנו יכולים להגיע לאסטרטגיות שונות לפתרון בעיות. אני פותח את השיעור בהצגה כללית של התרגיל ומייד מפתח דיון כיתתי. אנו מתכננים תוכנית משותפת לפתרון הבעיה בעזרת רעיונות שמעלים התלמידים", אמר לודן, וקואטסיאריאן הוסיפה: "חשוב שהמורה ילמד יחד עם התלמיד".

כדי ליצור סביבה שמאפשרת דיונים פוריים, המורים מעודדים את התלמידים שלא לפחד לטעות. "אנו מרפים מהתפיסה שהמורה יודע הכול ושהתלמידים חייבים ללמוד ממנו", אמר ואן דר קוי. לודן הוסיף: "אנחנו מנסים ליצור תקשורת מורה-תלמיד בגובה העיניים בשיעורי המתמטיקה". במהלך הראיונות עלה כי מאפיינים מערכתיים המתקיימים מחוץ לגבולות שיעורי המתמטיקה עשויים לשרת את השיח המתמטי. כך, למשל, גיבוש דעה הוא עיקרון תרבותי חשוב במערכת החינוך ההולנדית; בבתי ספר רבים מתקיימים שיעורים מיוחדים בקבוצות קטנות כגון שיעורי פילוסופיה, שבהם המורים מעודדים את התלמידים להתדיין ולפתח דעות אישיות בסביבה בלתי שיפוטית. הדבר תומך גם ביכולת להשתמש בשפה המתמטית.

### 5.2.6 למידה בהקשר אמיתי

חינוך מתמטי ריאליסטי, התאוריה המרכזית שעליה מבוססת הוראת המתמטיקה בהולנד, מעוגן באמונה שהתלמידים צריכים להתנסות במתמטיקה בהקשרים קונקרטיים מחיי היום-יום. תאוריה זו מציגה תרגילים בכמה סוגי הקשרים. התלמידים עשויים לקבל מטלות מילוליות מתמטיות ולעסוק בוויזואליזציות מופשטות כגון נקודות שנעות על רשת (ציר ה-X וציר ה-Y). סוג אחר של מטלות עשוי להתבסס על הקשרים מציאותיים (ריאליסטיים), כלומר מטלות המאפשרות לתלמידים להתנסות במציאות - למשל עריכת קניות במכולת, או במציאות מדומיינת - כגון מדידת מרחקים במסע בחלל). למטלות עשויים להיות הקשרים אותנטיים, שמוצגים בעזרים חזותיים, בנתונים ובמצבים מהעולם האמיתי, לדוגמה חישוב החלקים היחסיים של התקציב הלאומי. "תמיד נתחיל ללמד בעזרת ההקשר. אם אני רוצה ללמד איך לתרגם פונקציה, אפתח בהקשר כמו כמה עולה חניה בחניון? מה קורה לפונקציה אם בשעתיים הראשונות החניה בחינם? ההקשר עוזר לידע להיקלט", אמר לודן (לצפייה בדוגמה למטלה בעלת הקשר אמיתי ראו נספח 1). מערכת האשכולות לפי נושאי לימוד המתוארת לעיל מעודדת שילוב של הקשרים מהחיים האמיתיים בהוראת המתמטיקה. לדוגמה, מורים שמלמדים תלמידים המבקשים לעסוק בביולוגיה, נוטים לשלב דוגמאות מתחום זה בהוראת המתמטיקה.

### 5.2.7 למידה בניהול התלמידים

בראיונות ציינו המורים כי חשוב שהתלמידים יקבלו אחריות על הלמידה שלהם. קואטסיאריאן הסבירה: "המורים נותנים לתלמידים קישורים להסברים מקוונים, והתלמידים יכולים לעיין בפתרונות לכל התרגילים שנמצאים בספרי הלימוד שלהם. לכן התלמידים מסוגלים לעשות הכול באופן עצמאי". לודן הוסיף: "אני יכול לעזור, אולם בסופו של דבר, התלמידים יכולים למצוא הכול בספר ובהסברים הנוספים שנמצאים ברשת. המורה אינו מקור הידע היחיד".

התלמידים מקבלים בתחילת שנת הלימודים את תוכנית שיעורי הבית לכל השנה. תוכנית זו פורשת בפניהם את תחומי האחריות שלהם ומאפשרת להם לעקוב אחר התקדמותם. בשנים האחרונות החלו המורים למתמטיקה להשתמש בטכניקות של הערכה מעצבת, ואלה הופכות את התרגול למותאם יותר אישית. התלמידים לומדים כיצד להעריך את הידע ואת המיומנויות שלהם באמצעות קריטריונים להצלחה, ולמקד את העבודה העצמית בתחומים הזקוקים לשיפור.

במהלך המחקר ציינו המורים גורמים נוספים העשויים לתרום להישגים הגבוהים של תלמידי הולנד במבחנים בין-לאומיים במתמטיקה, ובהם איכות גבוהה של חומרי ההוראה, תוכנית לימודים מובנית וברורה מאוד, שימוש בתרגילים ברמות חשיבה גבוהות, שימוש בייצוגים ויזואליים, דגש על פיתוח חשיבה ביקורתית ועל אסטרטגיות של פתרון בעיות.

## 6. הוראת מתמטיקה בסינגפור - רקע וממצאים

### 6.1 רקע

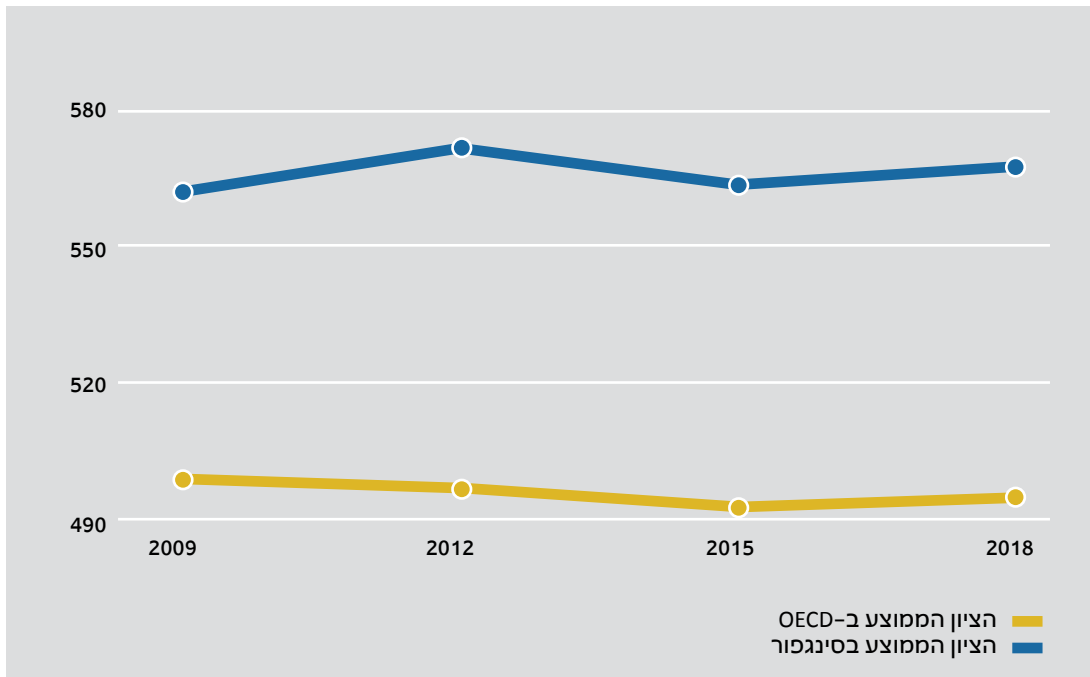
סינגפור היא עיר מדינה השוכנת מדרום למלזיה ובה כ-5.5 מיליון תושבים. בשנת 1965 קיבלה סינגפור עצמאות. בזכות תכנון ארוך טווח והשקעה מסיבית בחינוך הצליחה המדינה הצעירה להפוך לאחת המדינות המשגשגות בעולם. התפתחותה הכלכלית של סינגפור משכה אליה מהגרים רבים, בעיקר מסין, ממלזיה ומהודו. ארבע השפות הרשמיות בסינגפור הן מלאית, מנדרינית, טמילית ואנגלית. האנגלית משמשת שפת מנהלה וחינוך.

מערכת החינוך הסינגפורית מתאפיינת במבנה שליטה שטוח ואין בה רמות ביניים בין משרד החינוך ובתי הספר. משרד החינוך קובע את כללי המדיניות הלאומיים, ובתי הספר מטמיעים אותם על פי צורכי הלמידה של התלמידים. מרבית הילדים נכנסים למסגרות חינוך לגיל הרך בגיל שנתיים. חינוך החובה בסינגפור חל בגילים 7 עד 12; כיתות א' עד ד' מוקדשות ללימודי בסיס וכיתות ה'-ו' ללמידה בשלוש רמות, על פי הישגי התלמידים. בסוף כיתה ו' נבחנים התלמידים בבחינת סיום בית הספר היסודי (PSLE - Examination Leaving School Primary). על פי תוצאות בחינה זו נרשמים התלמידים לאחד משלושה מסלולי לימוד בחינוך העל-יסודי: מסלול מהיר, מסלול אקדמי רגיל ומסלול טכני רגיל. בגיל 16, לאחר סיום הלימודים בחטיבת הביניים, רוב התלמידים נרשמים לתוכניות לימודים קדם-אוניברסיטאיות, פוליטכניות או מקצועיות. יש בתי ספר המציעים תוכנית המשלבת לימודי תיכון ולימודים קדם-אקדמיים. תלמידים הלומדים בתוכנית זו אינם נדרשים להיבחן במבחני סיום התיכון.

המורים בסינגפור נהנים ממעמד לאומי גבוה ונחשבים בוני האומה. על פי תוצאות מחקר טאליס לשנת 2018, המתמקד בתפיסות של מורים ומנהלים, 71% מן המורים בסינגפור מעידים כי הוראה הייתה הבחירה המקצועית הראשונה שלהם (ממוצע ה-OECD הוא 67%). 95% מן המורים בסינגפור מציינים שההזדמנות להשפיע על התפתחותם של ילדים או התרומה לחברה הן שהניעו אותם לבחור בקריירה זו. מעמד המורים בסינגפור מדורג במקום העשירי מבין 35 מדינות הנמדדות במדד העולמי של מעמד המורה. על פי מדד מעמד המורה לשנת 2018, משכורתם השנתית הממוצעת של המורים בסינגפור היא 50,249 דולר אמריקאי, והיא עולה עם הוותק והפיתוח המקצועי של המורה.

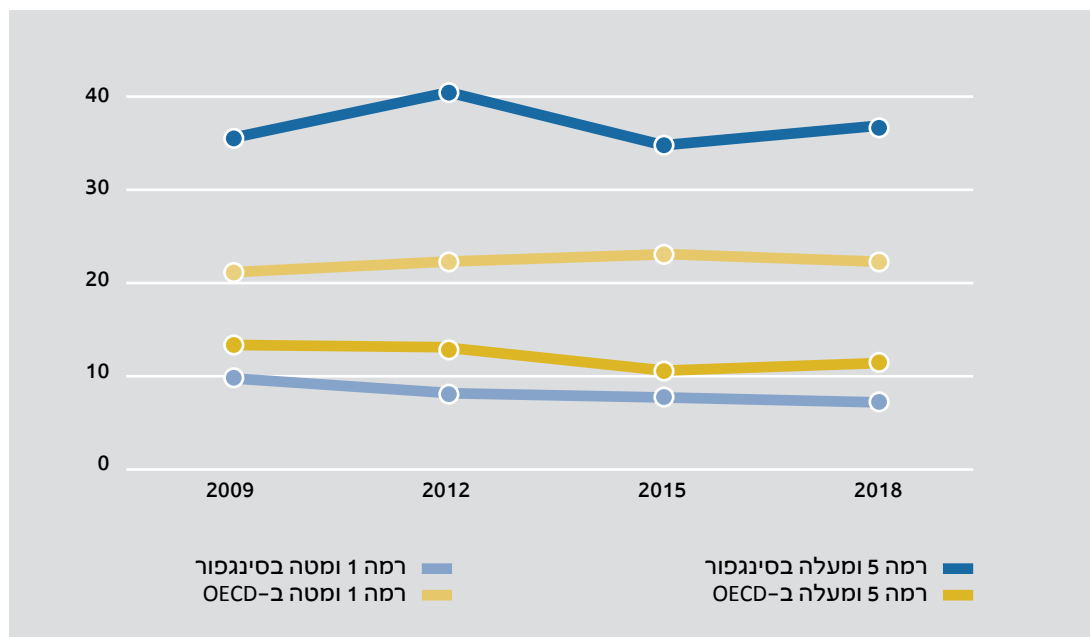
סינגפור מקיימת מבחני הערכת הישגים ארציים ובין-לאומיים. מבחני הערכת הישגים ארציים נערכים בסוף כיתה ו' (מבחן ה-PSLE) ובתום התיכון. סינגפור משתתפת במבחן TIMSS משנת 1995 ובמבחן פיז"ה משנת 2009. כ-6,000 תלמידים סינגפורים נבחנו במבחן פיז"ה בשנת 2018. על פי שיטת הדגימה תלמידים אלה ייצגו 40,000 תלמידים, שהם 95% מאוכלוסיית בני ה-15 במדינה. סינגפור הגיעה למקום השני הן בהישגי המתמטיקה, הן בשיעור בעלי הישגים הגבוהים במקצוע (רמות 5 ו-6). הביצועים הממוצעים במתמטיקה בשנת 2018 היו קרובים לביצועים הממוצעים בהערכות הקודמות. 93% מהתלמידים בסינגפור דורגו ברמת בקיאות 2 ומעלה במתמטיקה (הממוצע ב-OECD הוא 76%), ו-37% מהתלמידים דורגו ברמת בקיאות 5 ומעלה (הממוצע ב-OECD הוא 11%) (ראו תרשים 5 ו-6).

**תרשים 5: הציונים הממוצעים במבחן פיז"ה במתמטיקה בסינגפור ובמדינות ה-OECD בין השנים 2009-2018**



הערות: הקו הכחול מציין את הציונים הממוצעים במבחן פיז"ה במתמטיקה בסינגפור. הקו הצהוב מציין את הציונים הממוצעים במבחן פיז"ה במדינות ה-OECD, לפי נתונים מאומתים ממבחני ההערכה של פיז"ה. מקור: OECD, 2019a, table I.B1.11.

**תרשים 6: שיעור בעלי הישגים הנמוכים והגבוהים ביותר במתמטיקה בסינגפור ובמדינות ה-OECD במבחן פיז"ה בין השנים 2009-2018**



הערות: הקו בצבע תכלת מציין את שיעור התלמידים הסינגפורים בעלי הישגים הנמוכים ביותר במתמטיקה (רמה 1 ומטה). הקו הכחול כהה מציין את שיעור התלמידים הסינגפורים בעלי הישגים הגבוהים ביותר במתמטיקה (רמה 5 ומעלה). הקו הצהוב-בהיר מציין את שיעור התלמידים בעלי הישגים הנמוכים ביותר במתמטיקה במדינות OECD (רמה 1 ומטה). הקו בצבע הצהוב מציין את שיעור התלמידים בעלי הישגים הגבוהים ביותר במתמטיקה במדינות OECD (רמה 5 ומעלה). רמת בקיאות 1 ומטה פירושה ציון של 420.07 נקודות או פחות, ורמת בקיאות 5 ומעלה פירושה ציון של 606.99 ויותר. מקור: OECD, 2019a, table I.B1.8.

## 6.2 מאפיינים של הוראת מתמטיקה בסינגפור

### 6.2.1 למידה המותאמת ליכולות התלמידים ולהישגיהם

הן בבית הספר היסודי, הן בבית הספר התיכון התלמידים לומדים מתמטיקה במסלול ההולם את הישגיהם. ילדים מתקשים מקבלים הדרכה נוספת שמסייעת להם לעמוד בסטנדרטים הגבוהים שמציבה תוכנית הלימודים. תלמידי כיתה א', ללא רקע קודם בלימודי מתמטיקה, מושמים בכיתה קטנה שמספר התלמידים בה אינו עולה על 12. במהלך שנה זו הם זוכים למעטפת המאפשרת להם להגיע לרמת בני גילם עם תחילת כיתה ב'. החלוקה למסלולי לימוד נפרדים, המתחילה בכיתה ה', מאפשרת למורים לנהל את השיעורים במהירות וברמת קושי המתאימה ליכולותיהם של התלמידים, וכך למצות את הפוטנציאל שלהם. החלוקה לרמות איננה קשיחה; תלמידים יכולים לעבור בין המסלולים מעת לעת. תלמידי הקבוצות לומדים לפי ספר לימוד המתאים לרמת ההבנה שלהם. בתי הספר מקצים משאבים נוספים כדי לעזור לתלמידים בעלי הישגים נמוכים להאיץ את התקדמותם, ולמנוע מהם את הקושי שבלימוד נושאים שאין להם המיומנויות החיוניות הנדרשות להבנתם.

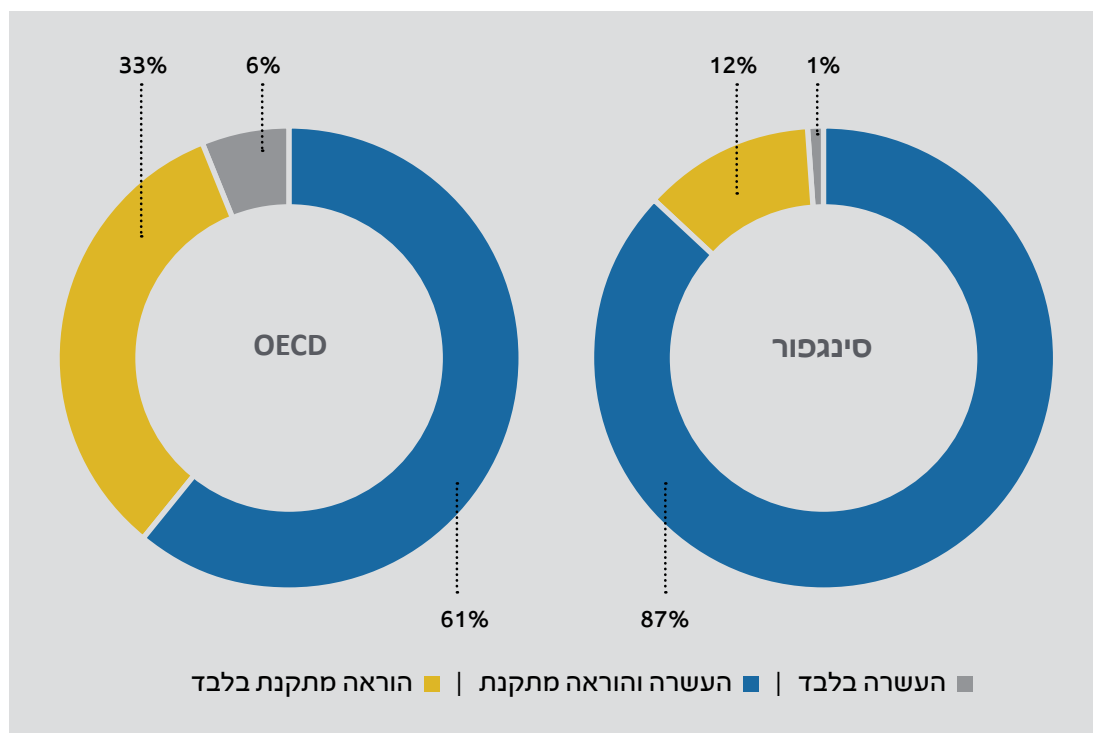
על פי ביצועיהם בבחינת PSLE משתלבים בני ה-12 באחד משלושה מסלולי חינוך על-יסודי. המסלול הראשון הוא מסלול עיוני (הנקרא "מסלול אקדמי רגיל") בן חמש שנים שאליו נרשמים כ-25% מהתלמידים. המסלול השני הוא מסלול עיוני מהיר בן ארבע שנים שאליו נרשמים כ-60% מבני שכבת הגיל. תוכנית הלימודים במתמטיקה בשני מסלולים אלה דומה. המסלול השלישי הוא מסלול מקצועי (הנקרא "מסלול טכני רגיל") בן ארבע שנים שאליו נרשמים כ-15% מבני שכבת הגיל. אף שתוכנית הלימודים במסלול הטכני הרגיל תובענית פחות, התלמידים לומדים בה תוכן מתקדם כגון נפח של כדורים גאומטריים.

בחטיבת הביניים תלמידי כל הקבוצות באותו בית ספר לומדים את אותה תוכנית לימודים במשך שלוש שעות שבועיות. עוד שעתיים שבועיות הם לומדים בשלוש רמות שונות, על פי ציוני ה-PSLE - הקבוצה ברמה הנמוכה ביותר מתמקדת בהבנת הנקרא ובפירוש בעיות מתמטיות מילוליות, הקבוצה ברמה הבינונית מתרכזת בחיזוק ידע מתמטי, ובקבוצה ברמה הגבוהה הדגש הוא על תוכן ומיומנויות מתקדמים במתמטיקה. המורים למתמטיקה שמלמדים את השיעורים הללו חייבים לעבור התמחות תואמת רמה. מלבד מסלולים אלה תלמידים בעלי כישרון מיוחד יכולים להירשם לתיכונים שמציעים תוכנית לימודים מתקדמת במתמטיקה.

מגוון רחב של תוכניות העשרה מוצעות לתלמידים לצד תוכנית הלימודים הרשמית. תלמידים בעלי כישרון מתמטי יכולים להשתתף במגוון רחב של פעילויות לבחירתם כגון ירידי מתמטיקה, מסלולי מתמטיקה (Math Trails),<sup>13</sup> מחנות וסדנאות, ולהצטרף לפרויקטים מתמטיים שמציעים מוסדות מחקר. נוסף על כך כ-20% מבתי הספר מציעים לתלמידיהם להשתתף במועדוני מתמטיקה, וכ-86% מבתי הספר מאפשרים לתלמידים להשתתף בתחרויות. 90% מבתי הספר מציעים שיעורי מתמטיקה נוסף על השיעורים הרגילים (לעומת ממוצע של 65% במדינות OECD). ברוב בתי הספר מטרת השיעורים הנוספים הללו היא העשרה והוראה מתקנת כאחד.

13 מסלולי מתמטיקה כוללים רצף של אתרים או נקודות עצירה לאורך מסלול מתוכנן מראש, שבהם התלמידים מתנסים במתמטיקה המצויה בסביבתם. מסלולי מתמטיקה מפיחים רוח חיים במתמטיקה, יוצרים מעורבות רבה בקרב הלומדים מבחינה פיזית, שכלית ורגשית. לקריאה נוספת ולקבלת רעיונות לפיתוח שביל מתמטיקה ראו [Trail Blazers](https://www.trailblazers.gov.sg/).

## תרשים 7: מטרת שיעורי המתמטיקה הנוספים בסינגפור וב-OECD



מקור: OECD (2013).

### 6.2.2 הכשרת מורים ופיתוח מקצועי

תהליך גיוס המורים בסינגפור הוא בררני במיוחד. סטודנטים הלומדים במסלולי הכשרת מורים, זוכים למלגות לימודים ומחיה. כל המורים מקבלים הכשרה במכון הלאומי לחינוך (NIE), והדבר מבטיח שמירה על איכות ההכשרה. כבר בשלב ההכשרה משרד החינוך הסינגפורי מעסיק את הסטודנטים להוראה. יש ארבעה מסלולי הכשרה למורים למתמטיקה, שניים מכשירים מורים להוראה בבית הספר היסודי ושניים מכשירים להוראה בבית הספר התיכון. לאחר לימודי תוא ראשון בהוראה (שבמהלכם המורה מתמחה בהוראת מתמטיקה ומקצוע נוסף) אפשר לפנות לאחד משני מסלולים חד-שנתיים: מסלול הכשרה להוראת מתמטיקה בבית הספר היסודי ומסלול הכשרה להוראת מתמטיקה בבית הספר התיכון. בוגרי השכלה על-תיכונית פוליטכנית יכולים ללמוד במסלול דו-שנתי המכשיר מורים למתמטיקה בבית הספר היסודי. באפשרותם גם לבחור בלימודי תוא ראשון, הנמשכים ארבע שנים ומכשירים מורים למתמטיקה בכל שכבות הגיל.

משרד החינוך מעודד את המורים להישאר מעודכנים במקצועם בכך שהוא מעניק להם מגוון הזדמנויות למידה במהלך הקריירה. המורים יכולים לבחור בין שלושה מסלולי פיתוח מקצועי: מסלול הוראה המתמקד בפרקטיקה הפדגוגית; מסלול מתמחה בכיר, המתמקד בתחום הדעת; ומסלול מנהיגות בית ספרית. כל מורה נדרש להקדיש 100 שעות בשנה לפיתוח מקצועי מתמשך. המורים יכולים לבחור בקורסים של האקדמיה למורי סינגפור או של המכון הלאומי לחינוך. התוכניות לפיתוח מקצועי מתמשך שמובילה האקדמיה למורי סינגפור משמרות תרבות של מצוינות בהוראה. נוסף על כך משרד החינוך מממן לכל מורה ציוד וספרות מקצועית בשווי של 400-750 דולר סינגפורי בשנה למורה.

חלק הארי של הפיתוח המקצועי המתמשך מתקיים בבית הספר בקהילות מקצועיות לומדות. מאז הטמעת הרפורמה "בתי ספר לומדים, אומה חושבת" (Thinking Schools, Learning Nation), המורים יכולים להקדיש זמן לשיתוף פעולה בתכנון שיעורים ובפעילויות למידה. רוב המורים



פוגשים את חברי הקהילה המקצועית שלהם לפגישה של שעה עד שלוש שעות, פעם בשבוע. הקהילות המקצועיות הלומדות הן חלק מקהילות למידה רשתיות אזוריות (regional networked learning communities). כל בית ספר ממנה מתאם לפיתוח המקצועי המתמשך, והוא שאחראי לתקציב הפיתוח המקצועי ולתכנון תוכנית אישית לכל מורה. יותר משני שלישים מהמורים למתמטיקה משתתפים בתוכנית אחת לפיתוח מקצועי במתמטיקה בשנה (הממוצע ב-OECD הוא 37.5%). כ-99% מהמורים זוכים לתמיכה מצד מנטורים. יתר על כן, יותר מ-85% מהמורים מדווחים כי זכו לביקורת עמיתים על מערכי השיעור, כלי ההערכה או השיעורים שלהם (הממוצע במדינות OECD הוא 59.4%), וכמעט כל המורים זכו לתצפית של מורים בכירים (הממוצע במדינות OECD הוא 68%).

### 6.2.3 למידה חווייתית

המורים למתמטיקה מעודדים למידה המבוססת על מטלות חווייתיות ומהנות. פעמים רבות פעילויות כאלה מותאמות ללמידה קבוצתית. פרקטיקה זו מערבת את התלמידים בלמידה, מגבירה את סקרנותם ומפתחת בקרבם גישה חיובית כלפי המקצוע. תאוריית מוחשי-ויזואלי-עיקרון (CPL - Concrete-Pictorial-Law) היא גישה נפוצה להוראת מתמטיקה בסינגפור. על פי תאוריה זו, יש להציג תחילה גירוי מוחשי (למשל חמישה תפוחים), לאחר מכן ייצוג ויזואלי (למשל איור של חמישה תפוחים) ולבסוף ידע מופשט (למשל הספרה 5). שיעורי המתמטיקה נפתחים בהקדמה קצרה וממשיכים בפעילויות ובדוגמאות שמגבירות את חוויית הלמידה של התלמידים. לאחר מכן התלמידים מתרגלים את החומר ומיישמים את הרעיונות המתמטיים. כדי להעצים את הלמידה החווייתית, משולבים בשנת הלימודים אירועי מתמטיקה מיוחדים (למשל יום משחקי מתמטיקה, שבוע חווייתי במתמטיקה) ומתחמי פעילות (כגון תחנות משחק מתמטי). לדברי פרלין אונג, מורה למתמטיקה בבית הספר היסודי First Toa Payoh: "השיעורים המובנים שמבוססים על פעילויות מרכזים בתלמידים ומאפשרים להם ללמוד מתמטיקה בדרך מהנה ואפקטיבית ולגבש ביטחון עצמי".

### 6.2.4 למידה מבוססת חקר

הפעילויות שמציעים ספרי הלימוד במתמטיקה מעניקות לתלמידים הזדמנות לרכוש את הידע בדרך החקירה והגילוי. מאז 1997, השנה שבה פורסמה רפורמת "בתי ספר חושבים, אומה לומדת", צומצמה תוכנית הלימודים כדי ליצור מרחב גדול יותר לפעילויות המבוססות על חקירה. בבית הספר היסודי תלמידים מתנסים במשימות מתמטיות הכוללות גירויים פיזיים במרחב; בחטיבת הביניים ובבית הספר התיכון למידת מתמטיקה מבוססת חקר באה לידי ביטוי בדוגמאות הכוללות ערכים מספריים. לדוגמה, תהליך למידה שנועד לכוון את התלמידים לגלות בעצמם את חוק המכפלה של לוגריתם (בניגוד להצגת החוק על ידי המורה) יכול להתקיים כך: המורה בונה ומציגה טבלה של ערכי  $x$  וערכי  $y$  ומבקשת מהכיתה להשתמש במחשבון כדי להעריך כמה שווה  $\lg x + \lg y$  וכמה שווה  $\lg xy$  עבור ערכים שונים של  $x$  ושל  $y$ . כך התלמידים מגלים בעצמם כי  $\lg x + \lg y = \lg xy$ . רק לאחר שהתלמידים מתנסים בשימוש בחוק המכפלה, הם לומדים להוכיח אותו. תהליך למידה זה תואם את שלביה של תאוריית CPL.

### 6.2.5 שימוש בשפה המתמטית

סינגפור הגיעה למקום השני ביכולות הקריאה במבחן פיז"ה לשנת 2018. המורים למתמטיקה והמורים הכלליים שמים דגש רב על הבנת הנקרא ועל יכולת הסקה. תוכנית הלימודים במתמטיקה בשנת 2006 התמקדה בהסקה ובתקשורת. תוכנית הלימודים של 2018-2019 התמקדה ברעיונות מתמטיים וברציונליזציה. שיטה נפוצה המאפשרת פיתוח מיומנויות תקשורת מתמטיות היא עבודה קבוצתית. שיטה זו מעניקה לתלמידים הזדמנויות לתקשר זה עם זה באופן מתמטי.

## 6.2.6 למידה בהקשר אמיתי

המורים למתמטיקה בסינגפור מתבקשים לתת לתלמידיהם שפע של הזדמנויות לראות את אופני היישום של המתמטיקה בעולם שסביבם. המטרה העיקרית של החינוך המתמטי בבית הספר בסינגפור היא הקניית מיומנות של פתרון בעיות. היבט זה זוכה לדגש רב באסטרטגיית "ללמד פחות, ללמוד יותר" (Teach Less, Learn More). על פי תאוריית CPL, פתרון בעיות מתמטיות מבוסס על גירוי מצויר שמשמש גשר בין המתמטיקה המוחשית לבין המתמטיקה המופשטת. לפי גישה זו, אפשר להשתמש בפעולות המתמטיות כדי לפתור בעיות בעולם האמיתי. הלמידה מתחילה בעצמים מוחשיים: לבנים, לוחות כתיבה אינטראקטיביים ועוד. לאחר מכן עוברים התלמידים לשלב המצויר - ייצוג חזותי של אובייקטים המוצג לפני הרעיונות המופשטים. טאן לים קווי, מורה למתמטיקה בבית הספר היסודי Bendemeer, ציינה כי הוויזואליזציות מקילות על התלמידים להבין את הרעיונות המתמטיים. גישת הוראה פופולרית אחרת היא גישת הסיפור, שבה התלמידים נהנים מהאזנה לסיפורים ובו בזמן לומדים כיצד לפתור בעיות מתמטיות. גישה זו מעודדת שימוש בשפה מתמטית, מפני שהיא מטמיעה מושגים מתמטיים בבעיות מתמטיות ומסייעת במיומנויות של הבנת הנקרא ודליית מידע מתמטי מטקסט.

## 6.2.7 חתירה למומחיות

הוראת המתמטיקה בסינגפור מתמקדת בשליטה בחומר ולא בלמידה למבחן. כלומר אין די בכך שהתלמידים ילמדו את המשוואות כדי להגיע לתשובה הנכונה; עליהם ללמוד כיצד המשוואה עובדת. דן ברילון, מנהל חברת Singapore Math, המציגה את שיטת הוראת המתמטיקה הסינגפורית לעולם, הסביר שהתלמידים מגיעים לרמת מומחיות הודות לתוכנית הלימודים במתמטיקה, שכוללת נושאים מעטים יחסית - 13 עד 15 מושגים לשכתב גיל - אולם מעמיקה בהם מאוד. על פי התפיסה הסינגפורית, יש להקדיש ללימוד מושג או מיומנות זמן רב ככל הנדרש - עד שהתלמידים ילמדו לשלוט בחומר. בזכות תשומת הלב שמקדישים המורים למתמטיקה לכל מיומנות או מושג, התלמידים מתקדמים בקצב מהיר יותר. התוצאה מפתיעה - קצב איטי יותר מוביל להתקדמות מהירה יותר. אופן פעולה זה מועיל לכל התלמידים - גם לחזקים ולחלשים ביותר. כיוון שכלל התלמידים משיגים שליטה בחומר, בתי הספר אינם צריכים ללמד את אותן מיומנויות שוב והמורים אינם מלמדים כיתות שבהן התלמידים בעלי טווח מיומנויות רחב ומשתנה.

במהלך המחקר ציינו המורים גורמים נוספים העשויים לתרום להישגים הגבוהים של תלמידי סינגפור במבחנים בין-לאומיים במתמטיקה, ובהם דינמיות המערכת, אשר באה לידי ביטוי בהשאלת פרקטיקות מיטביות מרחבי העולם ויישומן ברגישות ובקפדנות בתוכנית לימודים המתחדשת אחת לשש שנים, הקפדה על תרגול החומר, מעורבות הורים, אוטונומיה של המורה ובית הספר ושימוש נרחב בעזרי מידע אלקטרוניים.

## 7. הוראת מתמטיקה בסלובניה - רקע וממצאים

### 7.1 רקע

סלובניה היא רפובליקה פרלמנטרית ובה כשני מיליון תושבים. סלובניה נחלקת ל-12 מחוזות ועיר הבירה שלה היא ליובליאנה. רוב שנותיה שלטו בה אימפריות גדולות ובשנת 1991 זכתה לעצמאות. סלובניה הצטרפה לאיחוד האירופי בשנת 2004 ול-OECD בשנת 2010.

משרד החינוך, המדעים והספורט בסלובניה מפקח על ניהול בתי הספר, תוכניות הלימודים של תחומי הדעת השונים, הליכי ההערכה והקריטריונים למימון. המדינה מממנת את החינוך באמצעות המשרד, אך הקהילות המקומיות מספקות שיעור מסוים מהמשאבים ומפנות אותו להשקעות (investments), לתחזוקה ולרכישת ציוד. ועדי בתי הספר הם גופים מנהליים שבהם יושבים נציגי העירייה או הממשלה, צוות העובדים וההורים, ובבתי הספר התיכונים גם נציגי התלמידים.

מערכת החינוך כוללת חינוך לגיל הרך מגיל 11 חודשים ועד שש שנים וחינוך חובה בבית ספר יסודי מכיתה א' עד ט'. בתי הספר היסודיים מציעים לתלמידים פעילויות העשרה ופנאי חינוכיות ושיעורי הוראה מתקנת, כולם בהנחיית מורים מוסמכים. החינוך העל-יסודי נמשך מכיתה י' ועד י"ג. התלמידים יכולים להירשם למסלול תיכון עיוני כללי (Gimnazija), טכני או מקצועי, על פי ציוני גמר בית הספר היסודי. מסלול תיכון עיוני כללי (אשר כולל חמישה תתי-מסלולים: לימודים קלאסיים, לימודים טכניים, כלכלה, אומנות ומסלול בין-לאומי מתקדם הנקרא International Baccalaureate). מסלול תיכון טכני אורך ארבע שנים ומוצע בתחום רחב של מקצועות טכניים. המסלול המקצועי אורך בין שנתיים וחצי לשלוש שנים; המסלול בן שלוש השנים מאפשר כניסה ישירה לשוק העבודה או המשך לימודים במסלול מקצועי מתקדם בן שנתיים. 40% מכלל התלמידים נרשמים למסלול העיוני הכללי, יותר מ-30% מהם נרשמים לתיכונים טכניים וכ-30% נוספים מצטרפים למסלול תיכוני מקצועי.

הן משכורת המורה, הן ממוצע שעות ההוראה בסלובניה נמוכים ממוצע ה-OECD. מורים המלמדים בשכבות הגיל השונות זכאים לאותו שכר שנתי, ושכר זה עולה עם שנות הוותק.<sup>14</sup> משרד החינוך גם מתגמל מורים בהתאם לדרגה אליה הם יכולים להגיע במסגרת מערך הפיתוח המקצועי הפתוח בפניהם: מנטור, יועץ ומומחה בכיר.

על פי נתוני ה-OECD משנת 2018, המשכורת השנתית הממוצעת של המורים בסלובניה עם כניסתם למקצוע ההוראה בכלל שכבות הגיל היא 28,031 דולר אמריקאי (ממוצע המשכורת השנתית ההתחלתית של מורים ב-OECD הוא 33,058 דולר אמריקאי בבית הספר היסודי, 34,230 דולר אמריקאי בחטיבת הביניים ו-35,859 דולר אמריקאי בחטיבה העליונה). המשכורת השנתית הממוצעת של המורים בסלובניה לאחר 15 שנות ניסיון היא 42,111 דולר אמריקאי עבור הוראה בכלל שכבות הגיל (המשכורת השנתית הממוצעת ב-OECD היא 45,947 דולר אמריקאי עבור מורי בית הספר היסודי, 47,675 דולר אמריקאי עבור מורי חטיבת הביניים ו-49,804 דולר אמריקאי עבור מורי החטיבה העליונה). על פי נתוני ה-OECD משנת 2017, היחס בין שכר המורה בסלובניה לבין שכרם של עובדים בעלי השכלה גבוהה במדינה הוא 0.87 עבור מורים בבית הספר היסודי (ממוצע ה-OECD הוא 0.84), 0.9 עבור מורים בחטיבת הביניים (ממוצע ה-OECD הוא 0.88) ו-0.94 עבור מורים בחטיבה העליונה (ממוצע ה-OECD הוא 0.93).

השינויים שהביאה עימה הפרישה מיוגוסלביה בשנת 1991, עודדו את סלובניה לערוך רפורמה במערכת החינוך שלה ככלל ובהוראת המתמטיקה בפרט כדי לעמוד בסטנדרטים בין-לאומיים של

14 על פי נתוני הנציבות האירופית (The European Commission), משנת 2019 המשכורת הממוצעת של מורים בסלובניה היא בין 19,852 דולר אמריקאי עבור מורים זוטרים לבין 35,794 דולר אמריקאי עבור הבכירים ביותר.

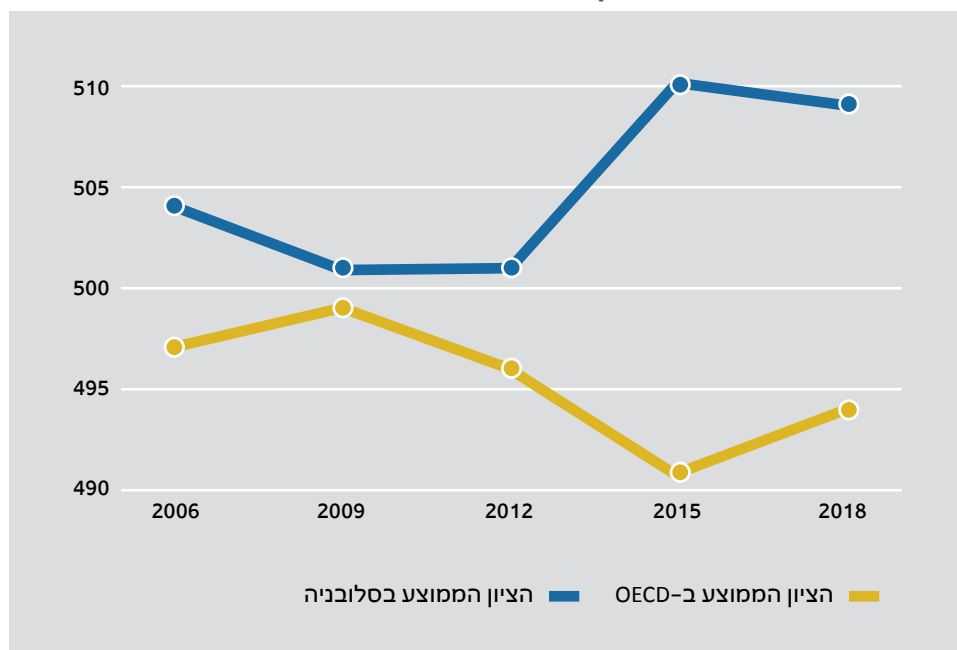
ידע, לפתח מיומנויות של פתרון בעיות ולהקדיש תשומת לב למאפיינים האישיים של כל תלמיד. בכיתות א' עד ה' מורים כלליים מלמדים מתמטיקה לצד תחומי דעת אחרים. החל מכיתה ו' מורים למתמטיקה הם מומחים בתחום הדעת.

תוכנית הלימודים הנוכחית של סלובניה במתמטיקה מתווה מטרות למידה בעולם טכנולוגיות המידע והתקשורת: התלמידים הסלובנים לומדים לאסוף, לחבר ולהציג נתונים ועורכים מחקרים אמפיריים ראשונים כבר בכיתות א' עד ג'; בכיתות ד' עד ו' הם לומדים להיעזר בכלים דיגיטליים לביצוע פעילויות אלה. שיעורי מתמטיקה הם שיעורי חובה לתלמידי בית הספר הכללי ולכל התלמידים שמתעתדים ללמוד באוניברסיטה ללא קשר לתחום הלימוד.

סלובניה מקיימת הערכות ארציות ובין-לאומיות. בסוף כיתה ו' ובכיתה ט' נבחנים התלמידים בבחינות חובה בשלושה תחומי דעת, אחד מהם הוא מתמטיקה. מסלול לימודי התיכון שאילו עוברים התלמידים מושפע מציונם המשוקלל בבית הספר היסודי ולא מציוניהם במבחני ההערכה הארציים. מרבית המוסדות להשכלה גבוהה אינם עורכים בחינות קבלה; ציוני התלמידים בבחינת הבגרות בתיכון, הנקראת Matura, הם הקריטריון העיקרי לרישום לאוניברסיטה.

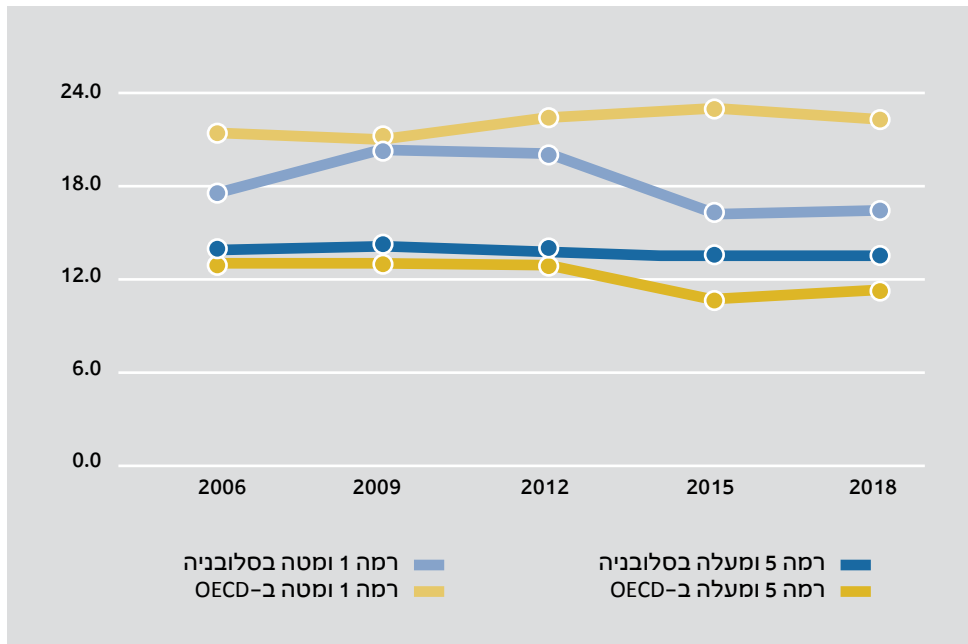
פרויקט ההערכה הבין-לאומי הראשון במתמטיקה שבו השתתפה סלובניה היה מבחני ההערכה הבין-לאומיים להתקדמות חינוכית (International Assessment of Educational Progress) בשנת 1991. סלובניה משתתפת גם במחקר TIMSS מאז 1995, ובמבחן פיז"ה מאז 2006 (לצד מחקרי PIRLS, ICCS ו-TALIS). כ-6,000 תלמידים סלובנים מ-350 בתי ספר נבחנו במבחן פיז"ה לשנת 2018, והם מייצגים כ-17,000 תלמידים, שהם 98% מכלל בני ה-15 במדינה. ממוצע ציוני המתמטיקה של תלמידי סלובניה השתפר מאז 2006. בשנת 2018 הגיעה סלובניה למקום ה-13 במתמטיקה. כ-16% מהתלמידים דורגו ברמת בקיאות 2 ומטה, 6% פחות מהממוצע ב-OECD, וכ-14% מהתלמידים הגיעו לרמת בקיאות 5 ומעלה, 2% יותר מהממוצע ב-OECD. שיעור בעלי ההישגים הגבוהים במתמטיקה נותר קבוע במרוצת השנים, ואילו שיעור בעלי ההישגים הנמוכים הצטמצם מאז 2009 (למידע נוסף ראו תרשים 8-1 ו-9).

תרשים 8: הציונים הממוצעים במבחן פיז"ה במתמטיקה בסלובניה ובמדינות ה-DCOE בין השנים 2002-8102



הערות: הקו הכחול מציין את הציונים הממוצעים במבחן פיז"ה במתמטיקה באסטוניה. הקו הצהוב מציין את הציונים הממוצעים במבחן פיז"ה במדינות ה-DCOE, לפי נתונים מאומתים ממבחני ההערכה של פיז"ה. מקור: OECD, 2019a, table I.B1.11.

**תרשים 9: שיעור בעלי ההישגים הנמוכים והגבוהים ביותר במתמטיקה בסלובניה ובמדינות ה-OECD במבחני פיז"ה בין השנים 2006-2018**



הערות: הקו בצבע תכלת מציין את שיעור התלמידים הסלובנים בעלי ההישגים הנמוכים ביותר במתמטיקה (רמה 1 ומטה). הקו הכחול כהה מציין את שיעור התלמידים הסלובנים בעלי ההישגים הגבוהים ביותר במתמטיקה (רמה 5 ומעלה). הקו צהוב בהיר מציין את שיעור התלמידים בעלי ההישגים הנמוכים ביותר במתמטיקה במדינות ה-OECD (רמה 1 ומטה). הקו הצהוב מציין את שיעור התלמידים בעלי ההישגים הגבוהים ביותר במתמטיקה במדינות ה-OECD (רמה 5 ומעלה). רמת בקיאות 1 ומטה פירושה ציון של 420.07 נקודות או פחות, ורמת בקיאות 5 ומעלה פירושה ציון של 606.99 ויותר. מקור: OECD, 2019a, table I.B1.8.

## 7.2 מאפיינים של הוראת מתמטיקה בסלובניה

### 7.2.1 למידה המותאמת ליכולות התלמידים ולהישגיהם

תלמידים בעלי יכולות ומוטיבציות שונות במתמטיקה יכולים להשתתף בפעילויות רשות המתאימות להם. רוב בתי הספר היסודיים אינם מחלקים את תלמידי המתמטיקה לקבוצות על פי רמת ההישגים שלהם. רובם המוחלט של בוגרי בית הספר הכללי ממשיכים בלימודי תיכון. התלמידים מנותבים כאמור לתיכונים במסלולים שונים. מכיוון שהחלוקה לסוגי בתי ספר מושפעת מהישגי התלמידים במבחני גמר בית הספר היסודי, הכיתות במסלולי התיכון השונים מתאפיינות בהומוגניות יחסית. במסלול תיכון עיוני-כללי כיתות המתמטיקה נהיות הומוגניות אף יותר בכיתה י"א, שבה התלמידים מחולקים לשני מסלולים: מסלול רגיל ומסלול מתקדם, כל אחד מהם מכין את התלמידים לרמה אחרת של בחינת בגרות במתמטיקה. בתום לימודי התיכון במסלול הטכני והמקצועי ניגשים התלמידים לבחינת בגרות מקצועית, הכוללת חלק חובה בסלובנית, באיטלקית או בהונגרית ובמקצוע טכני. לצד שני מקצועות אלו הבגרות המקצועית מכילה יחידת רשות שבה יכולים התלמידים לגשת לבחינה בשפה שנייה או לבחינה במתמטיקה ולהגיש עבודה סמינריונית בתחום המקצועי אשר למדו. נוסף על שיעורי המתמטיקה הרגילים בתי הספר היסודיים והתיכונים מציעים שיעורי העשרה והוראה מתקנת במתמטיקה.

תלמידי מתמטיקה בעלי כישרון ומוטיבציה יכולים להשתתף בפעילויות העשרה מתמטיות. 98% מבתי הספר משתתפים בתחרויות מתמטיקה ארציות ובין-לאומיות. התחרויות, אשר מתחילות כבר בכיתה א', זוכות לפופולריות רבה בקרב התלמידים, והמורים שרואיניו מעריכים כי 30%-50% מהתלמידים משתתפים בהן. כל התלמידים יכולים להתחרות ברמה הבית ספרית, ובעלי ההישגים

הגבוהים ביותר ממשיכים לתחרויות ברמה המחוזית, הארצית והבין-לאומית. כל תלמיד יכול להשתתף בשעה או שעתיים שבועיות של שיעורי רשות המתמקדים במתמטיקה מתקדמת ובהכנה לתחרויות המתמטיקה. עם תחרויות המתמטיקה הארציות בסלובניה נמנות [תחרות המתמטיקה](#), תחרות משחקי חשיבה מתמטיים (כגון פאזלים, פוטושיקי וסודוקו), תחרות היגיון ותחרות מתמטיקה פיננסית. כמו כן סלובניה משתתפת בשעשועון המתמטיקה העולמי קנגורו. רוב בתי הספר מציעים שילוב של פעילויות הלמידה האלה, כולן במימון ציבורי מלא: עבודה על פרויקט מחקר מפוקח בן שנה אחת במתמטיקה והגשתו לתחרות נושאת פרסים שמקיים הארגון לתרבות טכנית של סלובניה, ימי לימוד מלאים במתמטיקה מתקדמת באוניברסיטאות, מחנות בני שלושה ימים ללימוד מתמטיקה ועוד.

מערכת החינוך הסלובנית מעניקה תמיכה נוספת במתמטיקה לתלמידים בעלי הישגים נמוכים ולתלמידים עם לקויות למידה. בתי הספר מציעים שיעור או שניים של הוראה מתקנת במתמטיקה מדי שבוע. מורים למתמטיקה בבתי הספר היסודיים מדווחים כי הם מבליים חלק ניכר מזמנם בהכנת חומרי הוראה מיוחדים לילדים עם לקויות למידה, ועובדים איתם באופן אישי. אנדריאה ורבינץ', מורה למתמטיקה בבית הספר היסודי Oskar Kovačič, מאמינה כי התמיכה שניתנת לתלמידים עם לקויות למידה או הישגים נמוכים עשויה להיות אחד הגורמים שאחראים להצלחתה של סלובניה במבחני פיז"ה. רוק ליפניק, מורה למתמטיקה וסגן מנהל בתיכון Gimnazija Celje מרכז, טען בריאיון שיייתכן כי רפורמת לימודי המתמטיקה שנערכה במדינה בשנת 2008 תרמה גם היא להישגיה של סלובניה במתמטיקה במבחן פיז"ה. בעקבות הרפורמה הוסרו כמה נושאים מתמטיים מתוכנית הלימודים כדי להקל את עומס ההוראה. כמו כן החלו רוב בתי הספר לשלב שיעורי הוראה מתקנת במתמטיקה בתוך מערכת השעות, ואפשרו לתלמידים להשתתף בהם לפי בחירתם. לאחר שיושמו שינויים אלה, חלה ירידה בשיעור בעלי ההישגים הנמוכים במתמטיקה.

## 7.2.2 הכשרת מורים ופיתוח מקצועי

למעט כמה חריגים, מורים בבתי הספר היסודיים והתיכונים חייבים להחזיק בתואר שני או ברמת השכלה מקבילה. המורים בכל רמות בית הספר חייבים להיות בעלי הכשרה פדגוגית, ומורים בבתי הספר המקצועיים או הטכניים חייבים להיות בעלי ניסיון תעסוקתי רלוונטי. תוכניות ההכשרה למורים מכשירות מורים לשלבי החינוך הבסיסי והתיכוני ומלמדות שני תחומי דעת ברמת התמחות גבוהה. כדי ללמד בכיתות א' עד ו', על המורים להיות בעלי תואר שני המכשיר להוראת כל תחומי הדעת הנלמדים בכיתות אלה. המורים למתמטיקה בתיכונים חייבים להשלים לימודי תואר שני ולהעמיק במתמטיקה כתחום הרחבה יחיד.

בשני העשורים האחרונים הצטמצמה השתתפותם של המורים למתמטיקה בקורסים של פיתוח מקצועי. שיעור ההשתתפות של מורי כיתה ד' בקורסי פיתוח מקצועי הממוקדים במתמטיקה היה 43% בשנת 2007, 32% בשנת 2011 ו-20% בשנת 2015. שיעור ההשתתפות של מורי כיתה ח' בקורסים כאלה היה 70% בשנת 2007, 61% בשנת 2011 ו-60% בשנת 2015. מורים זכאים ל-15 ימי פיתוח מקצועי בפרק זמן של שלוש שנים. רוב המורים למתמטיקה משתתפים בכנס פדגוגי שנתי אחד לפחות בתחום המתמטיקה ובסדנאות בנוות יום או יומיים מלאים. כמו כן המורים יכולים להשתתף בקורסים באוניברסיטה או בפרויקטים מחקריים.

בשנים האחרונות גובר שיתוף הפעולה בין המורים למתמטיקה בתוך בתי הספר. בשנים 2003-2011 עלה שיעור המורים למתמטיקה הנוטלים חלק בהכנה משותפת של חומרי הוראה מ-30% ל-43%. המורים למתמטיקה ציינו בראיונות כי הם נפגשים עם עמיתיהם לתחום הדעת מדי שבוע. ראוי לציין כי ב-94% מבתי הספר היו המורים נתונים לתצפית מצד המנהל או אנשי הצוות הבכיר בשנה שקדמה למילוי שאלון פיז"ה (הממוצע ב-OECD הוא 68%) ויותר מ-80% מהמורים זכו לתמיכה מצד מנטור.

### 7.2.3 למידה חווייתית

ורבינץ' ציינה בריאיון עימה שבשנים האחרונות משרד החינוך מעודד מורים למתמטיקה לנקוט למידה פעילה ולמידה חווייתית. אחת הטכניקות שבהן משתמשים חלק מהמורים כדי להפוך את הלמידה לכזו היא "כיתה הפוכה", שבה התלמידים לומדים נושא חדש בבית באמצעות סרטון וידאו ולאחר מכן דנים בו ומתרגלים אותו בכיתה. פעילויות נוספות שבהן משתמשים המורים לשם למידה חווייתית הן עבודה קבוצתית, מטלות מחקריות, סרטונים מעוררי גירוי ופרויקטים מחקריים. כמו כן רוב בתי הספר היסודיים מציינים את יום פאי ואת יום פיתגורס הבין-לאומיים בפעילויות מיוחדות.

### 7.2.4 למידה מבוססת חקר

נושא נוסף שזוכה לתשומת לב מיוחדת בתוכניות לפיתוח מקצועי מתמשך במתמטיקה הוא למידה מבוססת חקר. יותר ויותר מורים מקבלים על עצמם תפקיד של "מאפשרי למידה", אשר מדריכים את התלמידים בעוד אלה עוסקים בפתרון בעיות עצמאי. יש לציין שכמה מהמורים שרואיינו דיווחו כי היבט זה בהוראת המתמטיקה עדיין נתון בתהליכי שינוי, וכי המורים צריכים לשם דגש רב יותר על למידת גילוי ולמידה מבוססת חקר.

### 7.2.5 שימוש בשפה המתמטית

אחד משלושת הרכיבים בתוכנית הלימודים המתמטית בכל שכבות הגיל הוא לוגיקה ושפה, רכיב ששם דגש על פיתוח טכניקות לפירוש טקסטים למטרות מתמטיות. המורים מתרכזים בפיתוח יכולותיהם של התלמידים להביע את עצמם באופן מתמטי, במקום להתמחות ביכולות טכניות בלבד. דוגמה לגישה זו אפשר למצוא במטלה שבה נתבקשו התלמידים ללמוד נושא מסוים באופן עצמאי, ולאחר מכן להקליט סרטון שבו הם מסבירים את הנושא לחבריהם לכיתה. בארבע השנים האחרונות מפעילה סלובניה פרויקט מתמטיקה רב-שכבתי שמטרתו להגביר את יכולתם של התלמידים לקרוא ולפרש טקסטים מתמטיים. כחלק מהפרויקט התלמידים כותבים בעצמם בעיות מתמטיות ונוטלים חלק במשוב עמיתים על מטלותיהם.

המסורת החינוכית של הוראת המתמטיקה בסלובניה שמה דגש רב על בחינות בעל פה, הסבירה ד"ר ברברה יפלי פוסיץ', פרופסורית עמיתה במכון למחקר חינוכי ומתאמת לאומית במבחני TALIS. התלמידים נבחנים במבחן בעל פה במתמטיקה פעם בשנה, ושיטה זו מגיעה לשיאה בפרק של בחינת הבגרות המתקיים בעל פה. דיויד גייסר, מורה למתמטיקה בתיכון Gimnazija Maribor II, הסביר: "הבחינה בעל פה מאפשרת למורים למתמטיקה לשאול שאלות שבדרך כלל לא שואלים במבחנים כתובים, כגון שאלות בנוגע לתאוריות, להגדרות ולמשפטים מתמטיים. התלמידים אמורים להפגין הבנה ולהשתמש היטב בשפה המתמטית".

### 7.2.6 למידה בהקשר אמיתי

השלישי מבין רכיבי תוכנית הלימודים במתמטיקה הוא בעיות מתמטיות ובעיות הקשורות למצבים אמיתיים. המורים שרואיינו מאמינים כי החיבור בין המתמטיקה לבין החיים האמיתיים של התלמידים מקל עליהם להבין את התועלת במתמטיקה, ולכן מגביר את המוטיבציה שלהם ללמוד. המורים למתמטיקה מארגנים פרויקטים שמשלבים את המתמטיקה בהקשרים של החיים האמיתיים. דוגמה לפרויקט שנערך בקרב תלמידי כיתות ט' הוא "צ'לֵה, העיר שלי", שבו משתמשים תלמידים מצ'ליה ב-GPS בתוך העיר ובסביבתה, ולומדים על מערכת הניווט עם מורה לפיזיקה ועל המתמטיקה שבבסיס המערכת עם מורה למתמטיקה.

עם השנים מערכת החינוך של סלובניה מחזקת את הקשר בין ההוראה לבין חיי היום-יום של התלמידים. הרפורמה בלימודי המתמטיקה שנערכה ב-2008 הציגה גישה חדשה המדגישה

את חשיבותה של המתמטיקה הריאליסטית. חומרי הלימוד של הרפורמה כוללים ספר לימוד המתמקד במידול פונקציות ובו 22 דוגמאות מהחיים האמיתיים למידול סוגים שונים של פונקציות. מאז 2008 החלו המורים להשתמש ברעיונות אלה וברעיונות משלהם בהוראת המתמטיקה. אחת מפעילויות המודל שמוצעת לתלמידי כיתה י"א היא משחק בדמינטון, שבמהלכו מזהים התלמידים את הצורה הפרבולית שבה נע הכדור.

בראיונות ציינו המורים כי הוראה בין-תחומית היא שיטה נוספת שמאפשרת לתלמידים לראות את השימושים השונים של המתמטיקה. לעיתים קרובות מחברים בתי הספר תחומי דעת. אחת הדוגמאות שנתן ליפניק היא קישור בין מתמטיקה ופיזיקה בכיתה ט': התלמידים לומדים בשיעורי המתמטיקה על מדידת יחידות לפני שהם דנים בה בשיעורי פיזיקה. כמו כן לימודי המתמטיקה כוללים בכל שנה כמה פרויקטים רב-נושאים המשלבים מתמטיקה עם תחומים אחרים כגון השפה האנגלית. דוגמה לשילוב כזה הוא שיעור שתכננה הנקה לביק, מורה למתמטיקה בתיכון Vič, עם מורה לאנגלית מבית ספרה ובו למדו התלמידים שירים באנגלית העוסקים במתמטיקה. השירים אפשרו שיח מתמטי מחד גיסא והעשרת אוצר המילים של התלמידים באנגלית מאידך גיסא.

### 7.2.7 תרגול חזרתי

בניגוד למגמות העולמיות ציינו המורים הסלובנים בראיונות כי רוב המורים למתמטיקה מייחסים חשיבות רבה לדפוסי למידה חוזרים כגון פתרון של תרגילים רבים הדומים זה לזה או שינון. לתפיסתם, שימוש בדפוסי למידה חוזרים מסייע לתלמידים לדעת מתי ואיך ליישם הליכים מתמטיים בצורה מתאימה, יעילה ומדויקת. בתוכנית הלימודים הלאומית למתמטיקה לכיתות א' עד ט' שיעורי הבית הם רכיב עיקרי המאפשר לתלמידים לפתח הרגלי עבודה, התמדה ודיוק. ציינה לביק: "זה דומה לספורט או ללמידה בכלי נגינה. צריך להתאמן הרבה ולא רואים תוצאות אחרי שעה אחת בלבד; צריך להתאמן מדי יום, או לפחות ברוב ימות השבוע".

בשנים האחרונות החלו המורים למתמטיקה להשתמש בטכניקות של הערכה מעצבת, שהופכות את התרגול למותאם יותר אישית. התלמידים לומדים כיצד להעריך את הידע ואת המיומנויות שלהם באמצעות קריטריונים להצלחה ולמקד את העבודה העצמית בתחומים הזקוקים לשיפור. כמו כן על אף המחסור היחסי בציוד טכנולוגיות מידע ותקשורת, השימוש בטכנולוגיה עבור לימודי מתמטיקה נמצא בעלייה.

במהלך המחקר ציינו המורים גורמים נוספים העשויים לתרום להישגים הגבוהים של תלמידי סלובניה במבחנים בין-לאומיים במתמטיקה, ובהם שעות הלימוד הרבות אשר מוקצות למתמטיקה, מדידת הישגים שיטתית, המעבר ההדרגתי משימוש בשיטות הוראה מסורתיות לשיטות המתאימות למאה ה-21, איכות ההוראה ואוטונומיית המורים.



## 8. הוראת מתמטיקה באונטריו שבקנדה - רקע וממצאים

### 8.1 רקע

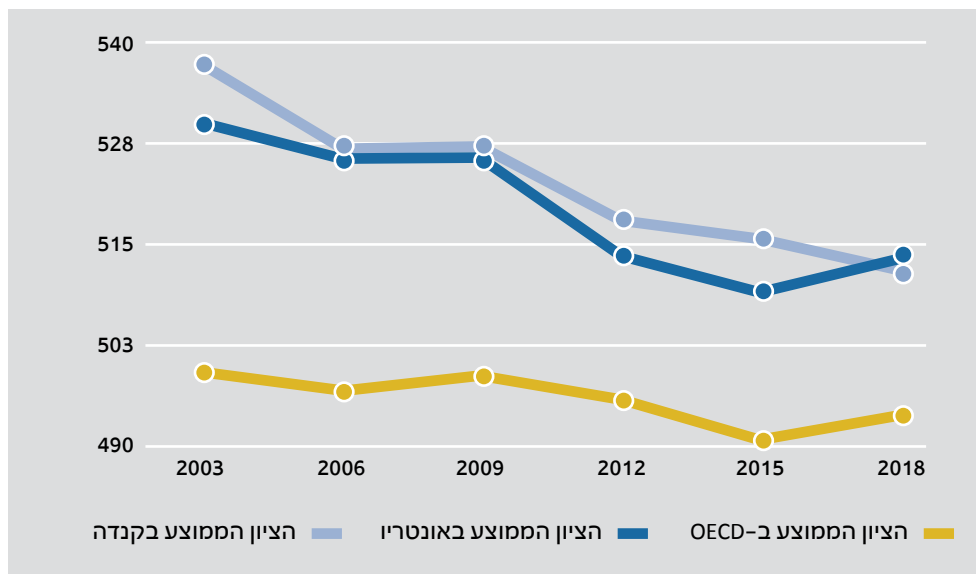
קנדה היא דמוקרטיה פרלמנטרית ובה 37 מיליון תושבים המתגוררים בעשר פרובינציות. קנדה, אחת המדינות הפופולריות ביותר בעיני מהגרים, נוקטת מדיניות אינטגרציה המאופיינת במתן כבוד לתרבויות הילידיות לצד שילוב המהגרים בזהות הקנדית. אף שהאוכלוסייה בקנדה מגוונת מבחינה אתנית, כמעט לא ניכרים בה הבדלים בין ביצועים של תלמידים מהגרים וביצועים של תלמידים שאינם מהגרים.

הממשלה הפדרלית כמעט שאינה מעורבת בניהול מערכות החינוך היסודי והעל-יסודי בפרובינציות השונות. לכל אחת מן הפרובינציות והטריטוריות של קנדה יש מערכת חינוך עצמאית. האחריות למערכת החינוך בתוך הפרובינציות עצמן נחלקת בין הממשלה הפרובינציאלית, האמונה על התוויית מדיניות ועל תקציב החינוך הכולל, לבין ועדי בתי הספר, שאחראים לניהול הסגל והתקציבים ולקביעת תוכניות הלימודים.

באונטריו יש 72 ועדי בתי ספר, מתוכם 31 ועדי בתי ספר ציבוריים דוברי אנגלית, 29 ועדי בתי ספר קתוליים דוברי אנגלית, 4 ועדי בתי ספר ציבוריים דוברי צרפתית ו-8 ועדי בתי ספר קתוליים דוברי צרפתית. קנדה ניצבת במקום ה-11 במדד העולמי של מעמד המורה. משכורתם הממוצעת של מורים באונטריו, הפרובינציה המאוכלסת ביותר בקנדה, היא בין 64,965 דולר אמריקאי בשנה בבתי הספר היסודיים לבין 66,720 דולר אמריקאי בשנה בחינוך העל-יסודי. על פי נתוני ה-OECD לשנת 2018, המשכורת השנתית הממוצעת של מורים בקנדה עם כניסתם למקצוע היא 39,937 דולר אמריקאי (המשכורת השנתית הממוצעת של מורים ב-OECD עם כניסתם למקצוע היא 33,058 דולר אמריקאי בבית הספר היסודי, 34,230 דולר אמריקאי בחטיבת הביניים ו-35,859 דולר אמריקאי בחטיבה העליונה), ואילו המשכורת השנתית הממוצעת של מורה בקנדה לאחר 15 שנות ניסיון היא 67,301 דולר אמריקאי (משכורתו הממוצעת של מורה בעל 15 שנות ניסיון ב-OECD היא 45,947 דולר אמריקאי בבית הספר היסודי, 47,675 דולר אמריקאי בחטיבת הביניים ו-49,804 דולר אמריקאי בחטיבה העליונה). הן משכורתם ההתחלתית של המורים בקנדה, הן המשכורת שלהם זכאים לאחר 15 שנות ניסיון וזהה בכל שכבות הגיל. ה-OECD לא פרסם מידע בנוגע ליחס בין המשכורת הממוצעת של המורים בקנדה בפועל לבין המשכורת הממוצעת של עובדים בעלי השכלה גבוהה במדינה.

קנדה מקיימת מבחנים להערכת הישגי התלמידים באופן שגרתי. המבחנים הארציים בוחנים את מיומנויות הקריאה, המתמטיקה והמדעים בקרב דגימה של תלמידים בני 13 עד 16. באונטריו מבחני הערכה מתוקננים במתמטיקה מתקיימים בכיתות ג', ו' ו-ט'. קנדה משתתפת במגוון הערכות בין-לאומיות, ובהן מבחן פיז"ה. במבחן פיז"ה לשנת 2018 הגיעה קנדה למקום ה-12 בהישגי המתמטיקה. במבחן פיז"ה נבחנו כ-22,000 תלמידים קנדים, שהם 86% מאוכלוסיית בני ה-15 במדינה. מאז 2003 ירד הציון הממוצע במתמטיקה בכ-10 נקודות בכל עשור. עם זאת הציון הממוצע הארצי במתמטיקה נותר גבוה יותר מהממוצע במדינות ה-OECD. יתר על כן, 15% מהתלמידים דורגו ברמת בקיאות 5 ומעלה (הממוצע ב-OECD הוא 11%), וכ-84% מהתלמידים הגיעו לרמת בקיאות 2 ומעלה (לעומת ממוצע של 76% ב-OECD). בשנת 2018 השיגה אונטריו ציון דומה לזה של קנדה כולה בכל המדדים הנזכרים מעלה.

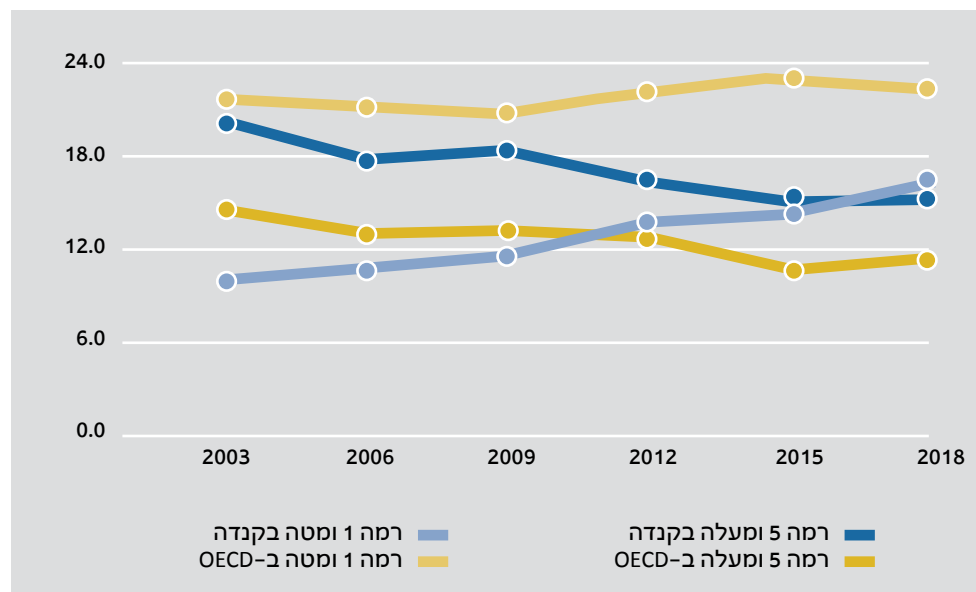
**תרשים 10: הציונים הממוצעים במבחן פיז"ה במתמטיקה בקנדה, באונטריו ובמדינות ה-OECD בין השנים 2003-2018**



הערות: הקו בצבע כחול בהיר מציין את הציונים הממוצעים במבחן פיז"ה במתמטיקה בקנדה. הקו הכחול מציין את הציונים הממוצעים במבחן פיז"ה במתמטיקה באונטריו. הקו הצהוב מציין את הציונים הממוצעים במבחן פיז"ה במדינות ה-OECD, לפי נתונים מאומתים ממבחני ההערכה של פיז"ה. מקור: OECD 2019a, table I.B1.11.

למטרות מחקר זה נבחרה אונטריו לייצג את קנדה כולה משום היותה הגדולה ביותר מבחינת גודל האוכלוסייה, משום הרפורמות החינוכיות שהיא מובילה, אשר מהוות מודל לחיקוי עבור יתר הפרובינציות, ומשום שציוניה במבחני פיז"ה הם הדומים ביותר לאלה של קנדה כולה. קוויבק לא נבחרה למחקר זה אף שביצועיה עלו על הממוצע הארצי במתמטיקה, משום שמאפייניה ייחודיים מבחינה תרבותית ומערכתית.

**תרשים 11: שיעור בעלי הישגים הנמוכים והגבוהים ביותר במתמטיקה בקנדה ובמדינות ה-OECD במבחני פיז"ה בין השנים 2003-2018**



הערות: הקו בצבע תכלת מציין את שיעור התלמידים הקנדים בעלי הישגים הנמוכים ביותר במתמטיקה (רמה 1 ומטה). הקו הכחול כהה מציין את שיעור התלמידים הקנדים בעלי הישגים הגבוהים ביותר במתמטיקה (רמה 5 ומעלה). הקו בצבע צהוב בהיר מציין את שיעור התלמידים בעלי הישגים הנמוכים ביותר במתמטיקה במדינות OECD (רמה 1 ומטה). הקו הצהוב מציין את שיעור התלמידים בעלי הישגים הגבוהים ביותר במתמטיקה במדינות OECD (רמה 5 ומעלה). רמת בקיאות 1 ומטה פירושה ציון של 420.07 נקודות או פחות, ורמת בקיאות 5 ומעלה פירושה ציון של 606.99 ויותר. מקור: OECD 2019a, table I.B1.8.

## 8.2 מאפיינים של הוראת מתמטיקה באונטריו

### 8.2.1 למידה המותאמת ליכולות התלמידים ולהישגיהם

החינוך היסודי באונטריו (Elementary, K-8) כולל את שכבת הגן עד כיתה ח', ואילו החינוך העל-יסודי כולל את כיתות ט' עד י"ב (גילים 15 עד 18). בכיתות ט' עד י' לומדים התלמידים באחד משלושה מסלולים: מסלול עיוני קדם-אוניברסיטאי, מסלול עיוני כללי (מעשי), המכין אותם ללימודים במכללה או באוניברסיטה, ומסלול מקצועי המוביל ישירות למקום העבודה. מסלולים אלה אינם שוללים זה את זה - תלמיד עשוי לבחור לשלב קורסים ממסלולים שונים, אשר נלמדים בדרך כלל באותו מוסד לימודים. על אף אפשרות זו מרבית התלמידים לומדים את המקצועות השונים במסגרת מסלול לימודים אחד. המסלול נבחר בכיתה ח'. המורים, היועץ ומנהל בית הספר עשויים להמליץ לתלמיד לבחור באחד מן המסלולים, אך התלמיד והוריו הם שמקבלים את ההחלטה. תלמידי המסלול העיוני הקדם-אוניברסיטאי והעיוני הכללי מסיימים את לימודי התיכון בתום כיתה י"ב. לאחר סיום לימודי התיכון ממשיכים התלמידים למכללה, לאוניברסיטה או לקורסים לפי תחומי התעסוקה שבחרו. יש לציין כי החינוך המתמטי שניתן בגילים 13 עד 15 משתנה מאוד בכל רחבי אונטריו, בהתאם למבנה בית הספר, למדיניות הוראת המתמטיקה (שבה נוקטים מורים כלליים או מורים למתמטיקה בעלי מומחיות בתחום דעת) ועוד. תלמידי המסלול המקצועי מסיימים את לימודיהם בגיל 17 ועוברים לתוכנית הכשרה של שנה.

לצד תוכנית הלימודים הרשמית התלמידים בקנדה ככלל ובאונטריו בפרט נהנים מהזדמנויות למידה ייחודיות במתמטיקה, בהתאם לקשייהם, לכישרונותיהם ולמוטיבציה שלהם. 76% מבתי הספר בקנדה מציעים לתלמידים להשתתף בתחרויות מתמטיקה, ויותר משליש מבתי הספר מפעילים מועדוני מתמטיקה לתלמידים מוכשרים או בעלי מוטיבציה ייחודית. שני שלישים מבתי הספר מציעים שיעורי מתמטיקה נוסף על השיעורים הרגילים. לשיעורים הנוספים שתי מטרות: הוראה מתקנת והעשרה. במחצית מבתי הספר שמציעים שיעורים נוספים במתמטיקה, השיעורים מתמקדים בהוראה מתקנת בלבד. היתר מציעים שיעורי מתמטיקה נוספים המשלבים הוראה מתקנת והעשרה.

בכל בית ספר חייב להיות מורה שאחראי להצלחת התלמידים ותפקידו למקד את תשומת הלב ואת המשאבים של בית הספר בתמיכה נוספת בתלמידים מתקשים. לקווים למידה זוכות אף הן להתייחסות רצינית; הצוות החינוכי בונה תוכנית לימודים אישית עבור כל תלמיד ותלמידה עם לקווים למידה. תוכנית זו מביאה בחשבון את היעדים הלימודיים של התלמידים ומתווה את האופן שבו בית הספר יתמוך בצורכיהם ובלמידתם. כמו כן במסגרת פלטפורמת TVO Mathify תלמידי כיתות ז' עד י' זכאים לשיעורי מתמטיקה פרטיים חינוכיים עם מורים מוסמכים. התלמידים מתחברים לפלטפורמה דרך אתר פרובינציית אונטריו. במהלך שיעורי המתמטיקה "המורים למתמטיקה מוודאים שהמטלות יהיו בעלות 'רצפה נמוכה ותקרה גבוהה', וכך כאשר הם מצגינים את המטלה בכיתה, כל התלמידים - אפילו החלשים ביותר - זוכים להזדמנות לעסוק במתמטיקה, תוך כדי הצבת אתגר לתלמידים החזקים", אמר קרייג גאת'רי, יועץ מתמטיקה בוועד בתי הספר Greater Essex County District, והוסיף: "עלינו לדעת היכן נמצאים התלמידים ולפתח עבורם אסטרטגיות מותאמות אישית שמבהירות להם מהו הצעד הבא".

### 8.2.2 הכשרת מורים ופיתוח מקצועי

בראייה בין-לאומית דרישות הקבלה למקצוע ההוראה בקנדה נחשבות גבוהות למדי. על מורים למתמטיקה בבית הספר היסודי (מגן ועד כיתה ח') להיות בוגרי תואר אקדמי, להשלים תוכנית לימודי הוראה בת שנתיים ולהיות מוסמכים על ידי קולג' המורים של אונטריו. מורים למתמטיקה בתיכון נדרשים להיות בוגרי תואר אקדמי במתמטיקה או בתחום משיק (כגון פיזיקה ומדעים), לסיים לימודי תעודה דו-שנתיים בהוראת מתמטיקה בבית הספר התיכון ולהיות מוסמכים על ידי

קולג' המורים של אונטריו. לאחר הכשרת המורים למתמטיקה ונד בבד עם עבודתם, מעודדים אותם להשלים קורסים רשמיים בפדגוגיית מתמטיקה הנקראים "הכשרה נוספת" (AQ - Additional Qualification). את הקורסים האלו מממנים האוניברסיטאות, איגודי המורים או ועדי בתי הספר. לינדי אמאטו, מנהלת התחום המקצועי באיחוד המורים באונטריו, ציינה בריאיון שיש שלושה קורסי הכשרה נוספת במתמטיקה. ממשלת אונטריו מסבסדת חלק ניכר מעלות הקורסים. בתום לימודי ההכשרה הנוספת זוכים המורים בגמול השתלמות<sup>15</sup> (אם בשלב זה עדיין לא הגיעו לגבול העליון של מדרגת השכר שלהם).

המורים למתמטיקה משתתפים במסגרות פורמליות ובפעילויות בלתי פורמליות של פיתוח מקצועי לאורך הקריירה. כחלק מהפיתוח המקצועי של צוות בית הספר המורים משתתפים בכמה ימי למידה שנתיים מרוכזים המתקיימים במרכזי כנסים וכן בהרצאות מחוץ למתחם בית הספר, המתקיימות מעת לעת. את ימי ההכשרה האלה מנהלים ועדי בתי הספר (school board), והם שקובעים באיזו תדירות יתקיימו. לצד ימי הכשרה אלה מורים למתמטיקה משתתפים בכשישה ימי התפתחות מקצועית שמנהל משרד החינוך של אונטריו. בכל שנה לפחות אחד מששת הימים הללו ממוקד בתחום המומחיות של המורה. כ-60% מהמורים למתמטיקה בכיתה ט' דיווחו כי השתתפו בקורס פיתוח מקצועי ממוקד מתמטיקה בשלושת החודשים שקדמו למבחן פיז"ה.

נוסף על כך כל מחוז מקיים מפגשי העשרה למורים בקהילות מקצועיות לומדות (PLC - Professional Learning Communities), תוכניות העשרה שמציעות האוניברסיטאות, מסלולי מחקר וקהילות לומדות מקוונות. על פי ממצאי פיז"ה לשנת 2018, 85% מן המורים בקנדה נתמכים על ידי מנטורים. מרבית ועדי בתי הספר מעסיקים מאמני הוראת מתמטיקה (math coaches), אשר מארגנים מפגשי העשרה ומלווים גם את מורי המורים למתמטיקה בתחום הדעת ובפדגוגיה של תחום הדעת.

### 8.2.3 למידה חווייתית

משתתפי המחקר ציינו בראיונות כי בניית הידע והמימונויות במתמטיקה מוטמעת טוב יותר בקרב התלמידים כאשר היא בעלת אופי התנסותי. קייל פירס, יועץ מתמטיקה לכיתות גן עד י"ב בוועד בתי הספר Greater Essex County District, הוסיף כי המורים למתמטיקה "באמת רוצים שהתלמידים יהיו פעילים, כיוון שמחקרים רבים כל כך מראים כי הלמידה הטובה ביותר מושגת באמצעות התנסות ורפלקציה; התלמידים לא לומדים באמצעות חיקוי או שינון". משתתפי מחקר זה ציינו כי למרות העובדה שמעורבות התלמידים והלמידה ההתנסותית נחשבות רצויות מאוד, קשה להביא לכך שהמעורבות והחוויה יסובו סביב המתמטיקה. קייל ציין כי "לפעמים התלמידים אוהבים את השיעור, אבל לא אוהבים מתמטיקה - הם אוהבים את המורה כאדם או את הסרטון שלקוח מתוך תוכנית טלוויזיה מצחיקה. אולם החלק שאיתו המורים מתקשים באמת הוא להביא לכך שהמתמטיקה תהיה מושכת בפני עצמה, וזה החלק שבו אנחנו מתמקדים".

### 8.2.4 למידה מבוססת חקר

מורים למתמטיקה מדווחים כי הם מנסים ללמד נושאים חדשים מנקודת מבט המזמינה גילוי וחקר. לדבריהם, זה זמן רב שתפקיד המורה משתנה, ואינו ממוקד עוד בהעברת ידע אלא בתמיכה בלמידה. בעיניהם, הגישה האינדוקטיבית הזאת מאפשרת לתלמידים שמתקשים מעט במתמטיקה לגשת בקלות רבה יותר למטלה שהתבקשו לפתור. "מה שבדרך כלל קורה הוא שקבוצות תלמידים משתפות פעולה ופותרות בעיות שונות ברחבי החדר עוד לפני שהמורה לימד אותם מושג כלשהו. התלמידים באמת לומדים כשהם שותפים פעילים ביצירת הידע המתמטי".

15 גמול השתלמות הוא הטבה בשכר שמטרתה לקדם את עובד ההוראה באמצעות רכישת ידע והרחבת אופקים וכן לתגמל אותו.

זה אחד השינויים הגדולים שאני רואה", אמר קייל פירס. בשיטה זו ממתנים המורים עד אמצע תהליך הלמידה ויוצרים חיבורים עקיפים או מרומזים לידע או למיומנות הנלמדת כדי לוודא שכל התלמידים משיגים את יעד הלמידה, ולבסוף חושפים את הידע המפורש באופן שיטתי.

### 8.2.5 שימוש בשפה המתמטית

המורים מדגישים כי השימוש בשפה מתמטית עוזר לתלמידים להבין טוב יותר את תהליכי החשיבה שלהם עצמם ולפתח רעיונות מתמטיים באופן עקבי. בשיעורי המתמטיקה המורים מעודדים את התלמידים לבטא במילים את האופן שבו הם מבינים את החומר. כמו כן עליהם להעריך ולעבד את אסטרטגיות החשיבה הנלמדות בכיתה ואת אסטרטגיות החשיבה של עמיתיהם, ולבטא את עמדותיהם באופן מילולי. כדי לפתח את יכולתם של התלמידים להביע את עצמם באופן מתמטי, המורים מקיימים דיונים כיתתיים ועבודה קבוצתית. המורים מציגים שאלות שעוזרות לתלמידים לבטא היטב את אופן החשיבה שלהם, בכתב ובעל פה. בתוכנית הלימודים במתמטיקה של אונטריו מצוין ש"התקשורת והרפלקציה שמתרחשות במהלך תהליך פתרון הבעיה ולאחריו עוזרות לתלמידים לטש ולהבהיר את החשיבה שלהם ולראות את פתרון הבעיה מנקודות מבט שונות" (Ministry of Education, 2005). ד"ר אופירה רול, חוקרת דיאלוג ומרצה בתחום החינוך, הסבירה שכדי להקל את התקשורת הפתוחה ולאפשר לתלמידים להסתכן ולטעות, המורים בקנדה שואפים ליצור סביבות שבהן כל התלמידים מרגישים מוערכים ובטוחים בעצמם.

### 8.2.6 למידה בהקשר אמיתי

במהלך כיתות ז' עד ט' המורים למתמטיקה באונטריו מעודדים את התלמידים לחבר בין המושגים המתמטיים שנלמדים לבין העולם האמיתי. בתוכנית הלימודים של אונטריו מצוין שהוראת מתמטיקה בהקשר אמיתי מדגישה את הערך ואת השימושיות של המתמטיקה. "אחד הקשיים הגדולים ביותר בהוראת מתמטיקה הוא שהתחום נראה לתלמידים חסר רלוונטיות לחלוטין. כשהתלמידים מתנסים במתמטיקה שסביבם, הם מבינים שאנשים באמת משתמשים במתמטיקה", אמרה ג'ודי מנדגליו, נשיאת הארגון לחינוך מתמטי בפרובינציית אונטריו.

מורים שהשתתפו במחקר תיארו שתי שיטות לחיבור המתמטיקה לחיים האמיתיים. בשיטה הראשונה הילדים מנתחים נתונים שהם עצמם אספו. לדוגמה, תלמידי כיתה ט' יצאו לטורניר באולינג, תיעדו את התוצאות, ובתום התחרות למדו להציג את הנתונים בגרף. בשיטה השנייה המתמטיקה נלמדת בהקשר של מקום עבודה אמיתי או בהקשר של יצירות או המצאות אנושיות. כך, למשל, למדו התלמידים על דליפת נפט שהתרחשה באמת. באמצעות נתונים שנאספו מראש הבינו התלמידים כיצד המתמטיקה עוזרת לבנות מודל המתאר את קצב דליפת הנפט ואת קצב ניקויו, וכיצד הם יכולים להשתמש באותם נתונים כדי להציג את טיעוניהם של אנשי איכות הסביבה ושל נציגי חברת הנפט גם יחד. זאת ועוד, חלק מהמורים משתמשים ב"מסלולי מתמטיקה" - שבילים שבהם אפשר לגלות ולפתור בעיות מתמטיות בעזרת אובייקטים אמיתיים והתנסויות במרחב - הכוללים כמה נקודות עצירה שבהן מדגימים את המתמטיקה שבתופעות טבעיות, מבנים ואתרים.

### 8.2.7 הערכה חלופית

כדי לקשר היטב ככל האפשר בין יעדי הלמידה לבין סגנונות הלמידה וצורכי כל התלמידים, משיגים המורים למתמטיקה מידע על התלמידים במגוון אמצעים, ובהם תצפיות רשמיות ובלתי רשמיות, שאלונים, שיעורי בית, מטלות קבוצתיות, הדגמות, פרויקטים, תיקי עבודות, הערכה עצמית, הערכת עמיתים, רפלקציה עצמית, חיבורים ובחינות. דפוס זה מעניק לתלמידים הזדמנויות רבות להפגין את טווח הלמידה המלא שלהם.

במהלך המחקר ציינו המורים גורמים נוספים העשויים לתרום להישגים הגבוהים של תלמידי קנדה במבחנים בין-לאומיים במתמטיקה, ובהם מדידה עקבית של המיומנויות והידע של התלמידים מגיל צעיר הן על ידי המורה, הן על ידי מערכת החינוך. מנהג זה מאפשר לקנדה להוביל רפורמות מונחות נתונים ולמדוד את יעילותן. כמו כן מערכות החינוך בקנדה מתאפיינות בגישה השואפת לשיפור מתמיד - אל לבית ספר לנוח על זרי הדפנה. לבסוף, על פי התפיסה הקנדית ההורה הוא שותף מלא להתפתחות וללמידה של הילד. היבט זה בא לידי ביטוי באופן שבו מתוכננות הטכנולוגיות התומכות בלמידה, שבהן להורה תפקיד חשוב. מערכת החינוך מתאפיינת גם בשקיפות מרבית בין בית הספר לבין משפחות התלמידים.

## רשימת מקורות ונספחים

רשימת המקורות המלאה והנספחים למסמך זמינים [באתר היוזמה](#)