יום עיון מקוון בנושא: מצוינות מתמטית בכיתה ובבית הספר 16.12.2020

דברי פתיחה ומושב ראשון: מלמדים מתמטיקה להצלחה ולמצוינות.

תמי אייזנמן:

בוקר טוב. שלום לכולם. בירושלים יורד עכשיו גשם, ממש גשם, ואני ממש שמחה שאנחנו לא צריכים לדאוג איך תגיעו בגשם. בכל זאת תודה רבה שהגעתם ביום חנוכה. חנוכה חג האורים. אני גם מרגישה חגיגית מאוד לכבוד זה שממחר מתחילים לחסן, אני מתחילה להרגיש אופטימיות. ונראה לי שיום כזה אופטימי זה יום טוב לעסוק בנושא של מצוינות והצטיינות. אז מצפה לנו יום מעניין ואופטימי לדעתי, יחד עם בחינה ושאלות מה זה אומר לבחור במצוינות והצטיינות ואיך היא קשורה ומשפיעה על החינוך המתמטי, בכלל על מערכת החינוך בישראל. קרן טראמפ עוסקת בנושא של מצוינות והצטיינות כבר כמעט עשור. ואני רוצה לשאול את אלי הורביץ מנכ"ל קרן טראמפ מה עשיתם בתקופה האחרונה או איך מצוינות והצטיינות שרדו את השנה האחרונה. אלי?

אלי הורביץ:

אהלן, בוקר טוב. איזה כיף לראות את כולם בסוודרים פתאום ועם כובעים כאלה. איך הזום משתנה פתאום עם עונות השנה ואיך אנחנו מתרגשים מדברים מטופשים כאלה. תשמעי, תמי, הפוך. במשבר הזה אני חושב שראינו שהמצוינות היא החיסון האמיתי בחינוך. הסדירויות החיצוניות של בית ספר נעלמו פתאום. אין שומר, אין צלצול. במצב שכזה רק מי שהיה באמת חדור באיזו מוטיבציה פנימית עמוקה, סקרנות, עניין, איזו נחישות להתמיד, עם יצירתיות, עם חשיבה ביקורתית, לבד, בצוות, רק מי שהשקיע על אמת, לא שקע לגמרי לתוך הפיתויים הנהדרים של הנטפליקס ושל האינסטגרם, רק מי שאחז באורח החיים הזה של המצוינות ייצא כנראה מהמשבר הזה בנקודת זינוק טובה. אבל יותר מזה, את אמרת חיסונים מתחילים, ושמעתי אתמול בחדשות, ניסיתי להבין האמת, אמרו שיש לנו 300 אלף חיסונים והיום יגיעו עוד 300 אלף, זאת אומרת ביחד נדמה לי 600 אלף, ורוצים לחסן בקצב של 60 אלף ביום, לא יודע מה מקדם היעילות של ישראל בנושא הזה, אבל אמרו קודם אנשי סגל רפואי ואז מעל 65, ואז אמרו שיש לנו מיליון מעל 65, אני כל הזמן שואל את עצמי מתי אני כבר אוכל להתחסן. ועכשיו שמעתי שיש 2800 מאובחנים ושמקדם R כבר עלה ואחוז החיוביים. הנה שאלת פיז"ה: מה יגיע קודם, סגר שלישי או יכולת להתחסן? אני חושב שסיטואציה כזאת, מאז המרוץ לחלל של שנות ה-60 שבעקבותיו המחלקות להוראת המדעים קמו בעולם ובארץ, אני לא חושב שהייתה תקופה שבה מצוינות במתמטיקה ומדעים הייתה כל כך דומיננטית בחיים שלנו. רופאים ורופאות, מדענים ומדעניות, הם הגיבורים של התקופה. אני ממש חושב שזאת הזדמנות של פעם ביובל לאנשי החינוך המתמטי והמדעי וחייבים לקפוץ על ההזדמנות הזאת. אבל תמי, את אלופה בתחום הזה, באקדמיה למדעים זה האזור שלכם, איך אתם מתחברים אל השותפות הזאת?

תמי אייזנמן:

אז האמת שאני חושבת שכל התקופה הזאת שיחקתי עם השאלה שהאמת מטרידה משחר ההיסטוריה, האם מתמטיקה היא מלכת המדעים או שפחת המדעים? הרי אם אנחנו אומרים שהיא מלכת המדעים, אז היא באמת ליחידי סגולה, ומי שמצטיין בה ומצליח בה זה האצולה. ואני מעריכה שחלק מאיתנו רוצים להיות שייכים לאצולה או שייכים בטוח לאצולה כבר. אז מתמטיקה היא המלכה, וזה נותן משמעות מסוימות ויש לזה השלכות לדעתי גם כמובן על איך אנחנו מלמדים מתמטיקה בבית ספר, בכיתה, מי נכנס לשיעורי המתמטיקה שלנו, מי מצטיין, מי אנחנו רוצים שיצטיין. או שמתמטיקה היא שפחה. אני חושבת שהדוגמה שנתת קודם על חישוב שאלת פיז"ה היא דוגמה לאותה שפחה של מתמטיקה. אנחנו צריכים מתמטיקה בשביל להסתדר בחיי היומיום. אנחנו צריכים מתמטיקה בשביל לפתח את העולם, בשביל שיהיה פיזיקה כמו

שצריך וכימיה כמו שצריך, וגם בשביל שנוכל ללכת למכולת וגם בשביל שנחליט מתי להתקשר לקופת חולים ולבקש חיסון, האם אנחנו יכולים לחכות בתור או לא ומה יגיע קודם. אז אני חושבת שהשאלה הזאת גם מלווה את היום הזה ואת כל התהליך שעשינו לקראתו. אני חושבת שההחלטה שלכם, של קרן טראמפ, ואני גם מזדהה איתה באופן אישי ואני גם מאמינה שחלק גדול מהנוכחים פה מבקשים להחזיק במתמטיקה משני הצדדים, גם כמלכה וגם כשפחה, אבל בגישה חינוכית כשפחה במשמעות שכולנו זכאים לה. היא נמצאת כבסיס, והמצוינות וההצטיינות הן בסיס, וזאת תפיסה. ובזה עסקו שני המושבים הראשונים של הכנס, איך אנחנו מתנהלים או מתנהגים או מה צריך כדי לתמוך במצוינות והצטיינות במתמטיקה בבית הספר. המושב השלישי בעצם ישאל מה קורה כשאנחנו מסתכלים על מתמטיקה אולי כמלכה, כשבמבחנים הבין-לאומיים יש לה מעמד אולי שונה מתחומים אחרים, איך זה משפיע על מערכות חינוך בכלל, מה קורה בעולם, מה קורה בישראל. היום הזה אפילו מסתיים בחלק שאנחנו שואלים את עצמנו איך נראית מצוינות והצטיינות לא רק בבתי ספר, בבתי ספר אבל בעיניים של מצלמה קולנועית, ואיזה תהליך עבר הנושא הזה של מצוינות והצטיינות. אני חושבת שגם שם אפשר לשמוע את שני הקולות: האם זה לכולם או ליחידי סגולה? בחלק השני של היום יהיה לנו גם פורום היוועצות שעוסק בלמה זקוקים מורים מצטיינים במתמטיקה ומדעים. אז האמת, תודה רבה על ההזדמנות לעסוק בנושא הזה. ומה הלאה, אלי?

אלי הורביץ:

נשאר לי בראש הדימוי שלך עם ה... לא יודע, מלכות. אני מעדיף מדעניות ומתמטיקאיות, ורואה לנגד עיניי את מי שפיתחה את החיסון, שני בני הזוג. מעדיף את הדימוי הזה. תאמיני לי, הוא יותר טוב לכולנו. כשאני מסתכל על הבנות שלי אני רואה אותן שם. אנחנו עדיין שם. אז שיהיה באמת כיף של יום עיון. התכוננתם אליו מאוד מאוד ברצינות, מומחים מהארץ, מהעולם, אני רואה פה פנים מאוד מוכרות של אנשים שמומחים והם רק מחכים גם להקשיב וגם לדבר. אני חושב שאנחנו בפתח של תקופה מאוד טובה לחינוך, מעז יצא מתוק, כל הכוכבים מסתדרים עכשיו לקראת מהלך חינוכי משמעותי. כולם אני חושב מבינים את זה. ולילדים שלנו מגיע. וגם אין להם ברירה ואין להם זמן, הם ספגו פה פערים מאוד קשים והם רוצים ללמוד, רוצים להשקיע, הם רוצים את המצוינות הזאת. אנחנו רואים את זה בכל נתון ובכל מדד. אחריות שלנו, אחריות מוסרית, זה החוזה החברתי שלנו עם הדור הבא. אז שיהיה בהצלחה, יום עיון מעניין ופורה.

תמי אייזנמן: אז תודה רבה. ואנחנו מתחילים. אז אני רוצה להעביר את ה... לבקש מדוקטור עידו ליטמנוביץ' לפתוח את המושב הראשון. עידו?

עידו ליטמנוביץ:

תודה רבה. תמי? אני מאוד שמח באמת לפתוח את המושב הראשון, שבו יש שלוש דוברות, נועה לורבר-הוס, פרופ' טלי נחליאלי וד"ר חמוטל דוד. נועה תהיה הדוברת הראשונה. נועה לורבר-הוס תדבר על מאפיינים משותפים של מדינות בעלות שיעור מצטיינים גבוה במתמטיקה, זה פרויקט שזכיתי להיות מעורב בו, שנכתב אצלנו ב"יוזמה" עבור קרן טראמפ. ונועה עצמה, אני אציג אותה שנייה, היא חוקרת עצמאית שעובדת עם מכוני מחקר, עם עמותות, עם גופים, קרנות פילנתרופיות. היא בעבר שימשה בתור ראש אגף פעילות אזרחית בתנועה למען איכות השלטון בישראל. וגם לימדה תקשורת, צילום וזכויות אדם בתיכון כרמל זבולון בקיבוץ יגור. יש לנועה תואר ראשון בחינוך ותקשורת, תעודת הוראה מאוני' חיפה, ותואר שני מחקרי בתקשורת מאוני' אמסטרדם. אז נועה, הבמה שלך.

נועה לורבר-הוס:

תודה עידו. בוא נשתף את המצגת. רואים? יופי. טוב, אז נעים מאוד, שמי נועה לורבר-הוס. היום אני אדבר איתכם על מחקר שביצעתי מטעם קרן טראמפ ביחד עם "יוזמה" בליווי של דוקטור עידו ליטמנוביץ באמת. אנחנו נדבר על מאפיינים שנמצאו בחמש מדינות שיש להן שיעור גבוה מאוד של מצטיינים במתמטיקה עפ"י

מבחן פיז"ה האחרון. והמטרה של המפגש היום היא באמת להציג לכם את המאפיינים שנמצאו, כאשר נעמיק קצת יותר בשניים מהם. המטרה היא לתת לכם ממש דוגמאות ולתת לכם לדמיין איך אתם יכולים ליישם את העקרונות האלה בכיתה שלכם. אוקיי, רגע. טוב. אז מבחן פיז"ה חל כל שלוש שנים, כמו שאנחנו מכירים, בשלושה תחומי אוריינות עיקריים. כשהמטרה היא לבדוק באיזו מידה תלמידים בני 15 מוכנים להתמודדות עם אתגרי החיים האמיתיים בחברת המידע, גם אתגרים שקשורים לפעילות שלהם בתור אזרחים וגם אתגרים שנוגעים לעבודתם, לתחום הקריירה. ופיז"ה באמת מזהה מגמות חינוכיות שממשלות רבות מתאימות את הרפורמות שלהן לאותם נתונים, לאותן מגמות. בשנת 2018 התקיים מבחן פיז"ה האחרון. שנה לאחר מכן התפרסמו הנתונים. והנתונים היו די לא מרוממי נפש. ישראל ירדה בדירוג של כלל המקצועות, כאשר במתמטיקה ישראל הגיעה למקום 41 מכלל המדינות ולמקום 32 ממדינות OECD. רגע, יש לי כאן הודעות. או שלא. אי אפשר להראות הודעות כשאתה עושה שיתוף מסך.

תמי אייזנמן: נועה, אנחנו ניקח את ההודעות.

נועה לורבר-הוס: אוקיי. חשבתי שזה נוגע ל... שלמישהו יש משהו להגיד. אוקיי. אז באמת מה שאנחנו ראינו זה שהנתונים שלנו הולכים ומידרדרים, ולכן החלטנו לצאת בשאלת המחקר הבאה: מה קורה בחמש המדינות המובילות מבחינת הישגים במתמטיקה ואיך המורים מסבירים את זה? המורים למתמטיקה בחטיבות הביניים מאותן המדינות. בגלל שהמבחן עצמו, יש לו אמנם שלושה שאלונים, כשאחד מהם שואל כל מיני שאלות יותר מערכתיות שנוגעות למדיניות החינוך, אבל הוא לא מראה מה קורה בכיתה ומה קורה אצל מורי המתמטיקה. אז באמת המדינות שנבחרו הן חמש המדינות הללו: אסטוניה, הולנד, סינגפור, סלובניה וקנדה. בקנדה נבחרה אונטריו, שהיא הפרובינציה הגדולה ביותר בקנדה, שהנתונים שלה בפיז"ה זהים לנתונים של כלל המדינה והיא גם מהווה דוגמה לכלל הפרובינציות של קנדה ברפורמות מאוד מתקדמות בחינוך. המדינות האלה נבחרו בגלל שיש להן ציון ממוצע מאוד גבוה במתמטיקה. אפשר לראות בטור הימני. כמו כן יש לאותן מדינות שיעור מצטיינים גבוה. לנו היה רק 8.8%, זה היה שיעור המצטיינים במתמטיקה. למדינות האלה יש 13% ומעלה. כמו כן רצינו לראות שלאותן מדינות אין שיעורים גבוהים של בעלי ציונים נמוכים, ולייצר תמהיל של מדינות ששונות אחת מהשנייה בשיטת הממשל שלהן, באחוז המהגרים באותה מדינה, בתוצר המקומי הגולמי, נתונים שונים נוספים על אותן המדינות. אז איך אספנו את המידע, איך אספתי את המידע על אותן המדינות מהמורים למתמטיקה? קודם כל איתרתי מורים למתמטיקה מהמדינות הללו. הערת אגב, סינגפור, בסינגפור פנינו לגורמים הרשמיים ובאותה שנה היו המון המון מחקרי חינוך בסינגפור, ולכן במחקר הזה השתתפו מרואיינים מארבע המדינות האחרות ואספתי מידע בדרכים שונות מראיונות קיימים של מורים למתמטיקה בסינגפור על אותם נושאים, שלמען האמת היו ממש רבים באינטרנט. אז קודם כל כתבתי סקירת ספרות על כל אחת מהמדינות, גם תיאור כללי של המדינה, תיאור מערכת החינוך, ועד לרזולוציות של תיאור הוראת המתמטיקה באותה מדינה, השתלמויות מקצועיות למורי מתמטיקה. זה נעשה גם ע"י איסוף של מחקר מקומי, מחקר על הוראת מתמטיקה, וגם פרסומים של משרדי החינוך. לאחר מכן אותו מידע נשלח למורים למתמטיקה ולחוקר חינוך מתמטי אחד מכל אחת מהמדינות. הם עברו על המידע, הוסיפו עליו דברים שלדעתם היה חסר. ואז נפגשנו לריאיון חצי מובנה. אחרי זה ניתחתי את המידע. אז היום באמת נדבר על המאפיינים שהתגלו, אבל בדו"ח שאני אצרף בסוף ההרצאה תוכלו למצוא גם את תיאורי המדינות, והמידע הרבה יותר מפורט כי זה מחקר מאוד עשיר, ניגע רק בכמה דוגמאות. אז המאפיינים המשותפים שהתגלו להוראת מתמטיקה הם ששת העקרונות הבאים: למידה בהקשר אמיתי, למידה מבוססת חקר, בשני אלה נתמקד יותר היום. כמו כן, למידה חווייתית של המקצוע. שימוש בשפה מתמטית, שגם ידובר יותר מאוחר היום ביום העיון. ושני עקרונות שנוגעים למערכת ופחות למה שקורה בכיתה: למידה שמותאמת ליכולות התלמידים, והכשרת מורים ופיתוח מקצועי ברמה מאוד גבוהה. עכשיו, המאפיינים האלה באו לידי ביטוי בצורה מאוד שונה בכל מדינה, אבל אפשר היה לזהות ממש את הנושאים האלה עולים בראיונות באופן מאוד משמעותי כמסבירים את ההצלחה של אותן המדינות. אז בואו נראה איך זה בא לידי

ביטוי. אז קודם כל, למידה בהקשר אמיתי. המורים בכל חמש המדינות הזכירו את הנושא הזה. אז התאוריה המובילה בנושא הזה היא תאוריה הולנדית, שכמובן הזכירו יותר המורים מהולנד, RME, Realistic Mathematic Education, שאני אסביר על זה מעט. הביטוי "מציאותי" או "realistic", אין לפרש אותו בדיוק שהיינו מפרשים אותו, יותר כמו "realizable" במקום "realistic". נושא שהתלמיד יכול להתחבר אליו, לדמיין אותו, לתפוס אותו. אז תמיד יש בחינוך מתמטי מציאותי הקשר לתרגיל, הקשר מציאותי, realizable, ניתן לדמיון. למשל, לא השתמשו בתרגיל שבו שואלים כמה כרובים ניתן לשתול בגינה מסוימת אם המרחק בין כרוב לכרוב צריך להיות כזה וכזה, כי התלמידים לא יתחברו לזה, הם כנראה רובם לא הולכים לשתול כרובים בקרוב. לכן, למרות שזה בעולם האמיתי, זה לא תרגיל מציאותי או realizable. מתמטיזציה זו פעולה שנעשית על ציר אופקי של החיבור בין המקצוע מתמטיקה לבין העולם החיצון. המורה בעצם מחפש נושאים שמבקשים להיות מפורשים בצורה מתמטית ומחבר אותם לתוך המתמטיקה. ויש גם מתמטיזציה אנכית, שזה בעצם הציר שמראה בכמה ידע התלמיד צריך להשתמש כדי לפתור את התרגיל הזה. הכוונה היא לנוע על שני הצירים האלה כמה שיותר ולהשתמש בשכל הישר של התלמיד. כמו כן, עוד דרכים שהמורים הזכירו ללמידה בהקשר אמיתי הן למידה במרחב החוץ כיתתי, למשל זה משהו שמאוד מאוד נהוג באסטוניה וגם בקנדה. שלושת העקרונות האלה, 2, 3 ו-4 בבולטים, מיישמים את עיקרון השימושיות של המתמטיקה. המורים אמרו שתלמידים מרגישים לא מחוברים למקצוע, לא מבינים למה זה חשוב עבורם, ובאמצעות שלושת אלה, גם ללמוד במרחב החוץ כיתתי, לראות איך זה ממש בא לידי ביטוי בסביבה של התלמיד, גם ניתוח של נתונים אמיתיים שהתלמיד אוסף או שהתלמיד מקבל, וגם ע"י למידה בין תחומית בין מקצועות שונים, זה גם בא לידי ביטוי במערכת, בתוכנית הלימודים, תכף אני אראה, במספר מדינות. אז אלה כל העקרונות שמראים כיצד מבצעים למידה בהקשר אמיתי. ניגע בדוגמאות. אז שאלת שכל ישר היא: כמה תינוקות נולדים בישראל בממוצע בכל דקה? שאלה כזאת הועלתה בהולנד. המורה שואל את השאלה בפני הכיתה כולה, והתלמידים מתחילים ביחד להעלות רעיונות כיצד לפתור את התרגיל. כשהכוונה או המטרה היא לא להגיע לתשובה מדויקת אלא לראות שהתלמידים חושבים באופן הגיוני, למשל מעריכים את התפלגות האוכלוסייה. תמיד אחד יכול להציע, "רגע, בואו נחשוב כמה תינוקות נולדים כל יום ומזה נגזור כמה תינוקות נולדים כל דקה". וככה בעצם התלמידים משתמשים בשכל הישר. כל הטכניקות שנדבר עליהן היום, כל שיטות ההוראה שעזרו למורים הללו, מאוד מאוד עוזרות לתלמידים חלשים, כי הם מבינים שבעצם המתמטיקה לא כל כך רחוקה מהם. רגע, אני יכול פשוט לחשוב באופן הגיוני, אולי אני אצליח. זה נותן המון ביטחון לתלמידים. אז כאן יש דוגמה לתרגיל של RME, למידה בהקשר אמיתי, שבעצם מראה ש- Realistic Mathematic Education יכול להיות גם צורה, זו לא חייבת להיות סיטואציה מהחיים האמיתיים, זה יכול להיות גם ייצוג ויזואלי של תרגיל או משימה. כאן למשל השאלה "מצא את השטח של הצורה שלפניך". עכשיו אני אראה לכם כיצד התמודדו עם השאלה הזו תלמידים שרגילים לעבוד עם RME ותלמידים שלא רגילים לעבוד עם RME. בכל התרגילים שפתרו את השאלה, מעולם לא למדו את הנוסחה לחישוב השטח הזה. אז כאן תלמידים שאינם מנוסים ב-RME פשוט נלחצו, לא ידעו מה לעשות, אני מדמיינת, והתחילו להכפיל מספרים באופן לא הגיוני בהכרח, והגיעו לתשובות שהם מאוד רחוקות מהתשובה הנכונה. אפילו התלמיד שמצד ימין כתב החישוב שלו "אני זוכר שהיה פה משהו של כפל, הייתי צריך להכפיל מספרים", התחיל להכפיל מספרים. כאן אפשר לראות תשובות של תלמידים שכן התנסו ב-RME, שהמחקר מראה שהם מגיעים בשיעורים הרבה יותר גבוהים לתשובות הנכונות. וגם הפתרונות שלהם, גם אם הם לא מגיעים לתשובות הנכונות, הם הרבה יותר הגיוניים ומקדמים. אז מצד ימין התלמיד עשה את הדבר הכי הגיוני שגם המורה יכול ללמד, החלפת שטחים. ומצד שמאל רעיון יצירתי של חלוקה לקוביות, בדיקת כמה קוביות שלמות יש וכמה קוביות חלקיות, והגיע כמעט לתשובה הנכונה, 19.5 במקום 20 סמ"ר. דוגמה נוספת היא למידה בינתחומית. זו דוגמה מסלובניה, פרויקט שקוראים לו "העיר שלי", שמורים חוברים אחד לשני פעם בשנה ועושים סיור בעיר בנושא הלימוד שלהם. אז כאן חברו המורים לפיזיקה ולמתמטיקה, זה חיבור מאוד רציני בסלובניה, ויצאו לסיור בעיר שבו הם למדו איך משתמשים ב-GPS. המורה לפיזיקה לימד כיצד מגיע

המידע מהלוויינים לכדור הארץ, איך מועברים המיקרו-גלים ואיך זה מושפע ממהירות הקול. לאחר מכן המורה למתמטיקה לימד את הנוסחה שבאמצעותה ה-GPS מחשב את המיקום המדויק שבו התלמיד עומד, בפריסה של ציר ה-X וציר ה-Y של הקואורדינטות. זה מה שנעשה בפרויקט הזה. מאפיין נוסף של מערכת החינוך בסלובניה הוא שבמערכת השעות, בתוכנית הלימודים של התלמידים, וספציפית על כל שיעור ושיעור של המורה למתמטיקה, הוא יודע מה החיבור הבינתחומי של מה שהוא מלמד עכשיו ואומר לתלמידים, תשמעו, את הנושא הזה שאתם לומדים עכשיו, למשל יחידות מדידה, בנושא הזה תשתמשו בשיעור פיזיקה בעוד שלושה חודשים. ואז התלמידים ממש מרגישים את החיוניות של החומר להתקדמות שלהם. דוגמה נוספת, ניתוח נתונים אמיתיים, עדיין ממחיש את עקרון הלמידה בהקשר אמיתי, זוהי דוגמה מאסטוניה. כמו שאמרתי קודם, המאפיינים הם... יש תרגילים מסוימים שמכילים יותר ממאפיין אחד להצלחה. אז כאן למשל יש גם את הלמידה הבינתחומית וגם ניתוח נתונים אמיתיים. באסטוניה מורה לספרות ומורה למתמטיקה יצרו פרויקט ביחד. התלמידים התבקשו לתעד במשך 24 שעות את הפעילות שלהם וגם למדוד כמה זמן כל דבר לוקח, ולאחר מכן למדו לייצר דיאגרמת עוגה עם המורה למתמטיקה וכתבו על זה פואמה בשיעור ספרות. דוגמה נוספת מקנדה, מאונטריו. מורה למתמטיקה פנתה לפעילי סביבה, קיבלה מהם נתונים על כתם נפט בים, ואז התלמידים למדו באמצעות הנתונים לחשב את מהירות ההתפזרות של הנפט ואת המהירות של ניקוי הנפט, שכמובן שונות מאוד, לאין ערוך. ולאחר מכן התלמידים קיימו גם דיבייט שבו הם השתמשו בנתונים שאיתם הם התעסקו כדי לשכנע את הצדדים בטיעונים שתומכים באג'נדה של פעילי הסביבה והאג'נדה של המפעל המזהם. דוגמה אחרונה ללמידה במרחב חוץ כיתתי זו פרקטיקה שמאוד נהוגה בסינגפור ובקנדה, של טיולי מתמטיקה, מסלולי מתמטיקה. המורה בעצם בוחר מסלול שיש בו נקודות עניין. זה יכול להיות גם בתוך בית הספר או בשכונה או במסדרון, וגם מחוץ לבית הספר. אז כאן אפשר לראות רצפות שהמורה לקח לשם את התלמידים. תמיד המורה מכין דף עבודה מראש, התלמידים מגיעים למקום ומיד יודעים איך להתמודד עם מה שהם רואים. למשל השאלות היו: ברצפות שאתם רואים לפניכם מה היחס בין השטח של הריבוע הוורוד לבין השטח של הריבוע הירוק? שאלה נוספת: ואם תקפלו את המשולשים השחורים פנימה אל תוך הריבוע, האם הם יכסו באופן מלא את השטח של הריבוע? בכל השאלות האלה, קצת כמו ב-Realistic Mathematic Education, אין צורך להגיע לתשובה מדויקת בהכרח, ולא לוקחים בדרך כלל לאותם ציורים כלי מדידה. תלמידים מודדים עם הנעל שלהם, עם העפרון שלהם וכן הלאה. סתם משהו מעניין, שנותן להם בטחון גם, ומשהו פחות נוקשה. ומימין אפשר לראות ספסל אבן שבו המורה שואל את התלמידים כמה אבנים חסרות כדי להשלים את המעגל, איזו זווית חסרה, כמה תלמידים תוכלו להושיב ברבע מהמעגל וכן הלאה. נעבור ללמידה מבוססת חקר, עקרון נוסף מאפיין של מצוינות באותן המדינות. למידה מבוססת חקר של מתמטיקה אומרת שבמתמטיקה יש מרכיב ניסויי, התלמיד מגלה את החומר כמו במקצועות המדעים. המורה בעצם מפסיק להיות גורם סמכות ששולט בלמידה, והופך להיות מאפשר למידה. הוא מספק גירוי ראשוני לתלמיד. כמובן שהגירוי הזה הוא מאוד מדויק והמורה יודע לאיזה חקר הגירוי הזה נועד להביא. והמורים תיארו רצף מסוים, שאחר כך גם יש כאן תאוריה שמתארת אותו, רצף שבין הוראה מבוססת מורה, ממוקדת מורה, לבין הוראה ממוקדת תלמיד באלמנט של חקר. שבקצה הסקלה של הוראה ממוקדת תלמיד זה מקרה שבו המורה נותן לתלמיד גם לבחור את שאלת המחקר. הכוונה כאן זה לנוע לכיוון הזה, אבל לאו דווקא להגיע לרמה המתקדמת הזו, אלא לשחרר את תהליך החקר לתלמיד ובאמת מאוד ללוות אותו. כמובן שבשלבים הסופיים, כשהידע צריך לנחות ולהיות מוצג בצורה מאוד מאוד מדויקת, זה כבר התפקיד של המורה. בלמידה שכזו המורים שהתראיינו אמרו שיש לתלמידים התנגדות פסיכולוגית מאוד מאוד רצינית. הם מעדיפים שיתנו להם את התשובות, הם לא רוצים להתמודד עם האתגר הזה. אז אנחנו ניגע בזה גם. בעצם יש כל מיני דברים שהמורה יכול לעשות, שהם לא קלים, כן, במיוחד כשמתחילים דבר כזה מאפס, כדי לאפשר לתלמידים להתמודד. צריך סביבה מאוד בטוחה שמותר לטעות בה, שמותר לא להגיע לתשובה מדויקת, ושמעריכים אותך על החשיבה, על הנסיון לפתור. וגם המורה, כמו שאמרתי קודם, מוריד מהסמכות שלו ולומד עם

התלמידים. יש מורים שמביאים תרגיל חדש לכיתה שהם לא יודעים והוא יהיה גם מאתגר עבורם, מורידים מהסמכות שלהם ונותנים אפילו לתלמידים לעזור להם, "רגע, תעזרו לי, אבל באמת תעזרו לי". אז יש כל מיני כלים שמורידים את החסמים האלה. כמה דוגמאות. אז בסינגפור למשל מורה בחטיבת הביניים לימדה את חוק המכפלה של הלוגריתם. במקום ללמד את החוק, היא שמה על הלוח רשימה של ערכי x וערכי y וביקשה מהתלמידים לחשב את log_xy בנפרד, את log_x + log_y. והתלמידים בעצמם ברגע שהם הציבו את הנתונים אמרו "אה, זה אותו דבר", והם בעצם הרגישו שהם גילו את החוק. ההפנמה נעשית בצורה הרבה יותר משמעותית. בהולנד, עוד מספר דוגמאות. אז כמו שאמרתי קודם, משתמשים בידע בלתי פורמלי, גם משלבים ידע בלתי פורמלי וגם משלבים בין נושאים מתמטיים שונים שהתלמידים מעולם לא חיברו ביניהם, גם בכל פרק לימוד וגם בכל מבחן. כשהכוונה היא שבמבחן זה לא משהו שהוא רשות או בונוס, אלא בשביל להגיע לציון מכובד התלמיד חייב להתמודד עם השאלות הקשות האלה. גם מלמדים בהולנד טכניקות לפתרון בעיות. למשל המורה מציג תרגיל מסוים על הלוח, והתלמידים ביחד בדיון חושבים איך נפתור את התרגיל, מה חסר, איזה מידע כבר יש לנו, איזה מידע אין לנו, איזה שרטוט יכול לעזור לנו. וממש מרגילים את התלמידים לחשוב במצבים קשים. למשל יש זמנים בשיעור שהם כמו מבחן, המורה נותן לתלמידים לפתור את התרגילים ואין עזרה, תתמודדו. כמו במבחן הוא יכול להגיד להם "אולי תנסו את הצעד הקודם שעשיתם, היה פה משהו מעניין", אבל לא נותן להם את התשובות. ובאמת העבודה הזאת נושאת פירות. במבחני פיז"ה התלמידים ההולנדים הם שיאנים של התמודדות עם תרגילים שהם לא פגשו קודם לכן, במקום לוותר הם באמת הולכים ומנסים את זה ומצליחים לפתור בשיעורים יותר גבוהים את אותם תרגילים. נעבור למאפיין שלישי של הוראת מתמטיקה: למידה חווייתית של תחום הדעת. כאן ניגע קצת יותר בקצרה. זה תחום שהוא מאוד מאוד חזק למשל באסטוניה. במורשת של הוראת המתמטיקה שלהם, למידה חווייתית ומשמעותית, התנסותית, זה משהו שהוא מאוד מהותי. מדובר על למידה שמערבת את התלמיד באופן ישיר ונותנת לו לגבש רשמים לגבי הלמידה לבד. לאו דווקא מדובר על משהו שהוא נוגע לחקר, שהוא מאוד מאתגר, אבל הוא כן מאוד חושי, מאוד מערב את התלמיד באופן מיידי. והתלמיד יכול להקנות ללמידה הזאת משמעות, לגבש רשמים לגבי הלמידה. זה מאוד מסייע לזכרון כמובן, כמו שאנחנו יודעים שמערבות של החושים מאוד תורמת, וגם לשליפה מהזכרון. נטיות למידה. הכוונה כאן שלמידה חווייתית, כשאתה נותן לתלמיד למשל לשחק באיזשהו משחק במרכז הכיתה, כל תלמיד יכול לגשת לבעיה הזו בדרך שונה, אם מהמקום החברתי, אם מהמקום הצילומי, הראייה הצילומית, אם מהמקום האנליטי, בעצם מאפשר לתלמידים לגשת לבעיות האלה באופן מאוד מאוד מגוון. ולמידה חווייתית התגלתה כמפחיתה חרדה ממקצוע המתמטיקה ומאוד מעלה בטחון עצמי ומוטיבציה להתעסקות במקצוע כי היא מאוד מעוררת הנאה וחיבה למקצוע. ומדובר על תהליך מעגלי, בעצם מה שקורה לתלמיד כשהוא לומד באופן חוויתי. קודם כל הוא פוגש את ה... בעצם יש את החוויה שלו, איך הוא חווה את הרגע. לאחר מכן יש לו רפלקציה על התהליך, זה שלב 2, שמובילה לידע חדש, שלב 3. ולאחר מכן עם המורה בעצם מגדירים ומציגים את המידע החדש בצורה נכונה, תקינה, והידע נוחת בצורה מדויקת. אז נעבור לעקרון 4, שימוש בשפה המתמטית בכתב ובעל פה, שגם נדון בנושא הזה בהמשך הכנס היום. המורים מכלל המדינות ציינו שמאוד מאוד חשוב להם לתת לתלמידים אוצר מילים מאוד מדויק ועשיר במתמטיקה. למשל בסלובניה יש שיעור שלם בכיתה ח' שרק מדברים בו על תאוריות מתמטיות ומושגים מופשטים, ויש גם מבחנים בעל פה בכל שנה ובבגרות. בכל המדינות יש את המרכיב הזה. למשל באסטוניה זה משהו שנעשה יותר בכתב, מכיתה ב' התלמידים מקבלים תרגילים עם ממש כמה פסקאות עם המון מלל, שמתוך המלל הזה הם צריכים לדלות את המידע. אז כמו שכתוב כאן בנקודה השנייה, טכניקות לפירוש טקסטים ולפתרון בעיות. אבל פירוש טקסטים למטרות מתמטיות, לא כמו בשיעור לשון כמובן, שזה קצת שונה. זה בנוי על יכולת התלמיד להתמודד עם טקסט בלי קשר למתמטיקה. המחקר מראה ששימוש בשפה מתמטית עוזר מאוד להגיע לרמות חשיבה גבוהות. כמו שאתה לומד שפה חדשה, ברגע שאתה כבר שולט בה אתה יכול להשתמש בה בצורה הרבה יותר משוכללת. וגם כאן מאוד חשוב לאפשר אווירה בטוחה ואווירה שניתן לטעות בה, כדי שתלמידים ידברו וישתמשו בשפת המתמטיקה. וזה

מעורר המון בטחון עצמי, במיוחד כשאתה יכול לדבר על המתמטיקה ופתאום מתמודד עם תרגיל כתוב, אז זה הרבה יותר קל עבורך וזה משחרר שכבה מסוימת של התמודדות בשבילך. אוקיי. נגיע לשני העקרונות האחרונים, מאפייני הוראת מתמטיקה שבאמת נוגעים למערכת ופחות למה שקורה בתוך הכיתה. אז המורים ציינו שהסללה... אם אפשר להשתיק שם. שהסללה מאוד עוזרת, גם הסללה למסלולים שונים וגם הקבצות שונות, מאוד עוזרת ללמד בצורה יעילה. אוקיי. עידן, תוכל להשתיק? עוזרת מאוד לשפר את היעילות של ההוראה, כאשר ההסללה נעשית בכל המדינות, היא נעשית לרוב בשלב די מאוחר. סינגפור מובילה בכמה מוקדם זה קורה, זה קורה כבר בכיתה ה' בסינגפור. יש מדינות שאין בהן הקבצות עד שיש הסללה, כולם לומדים ביחד, אבל במקביל יש אפשרות לתלמידים להגיע לשיעורי העשרה ושיעורי תגבור בנוסף לשיעורים הרגילים. עכשיו, מה שקורה למשל באסטוניה זה שהחלוקה היא וולונטרית. זה משהו מאוד מעניין. זה קורה גם בסלובניה. התלמידים יכולים להגיע לשיעורי העשרה שזה מועדון מתמטיקה ולשיעורי העזר באופן וולונטרי. וקורה שבין שליש למחצית מהתלמידים מגיעים בהתנדבות לשיעורים האלה, ויש חפיפה מאוד גדולה בין מי שמגיע לשיעורי העשרה לשיעורי העזר, שזה נורא נורא מעניין. לעומת החלוקה הפורמלית שקורית בהרבה מדינות, כמו בסינגפור, גם בסלובניה מגיל מסוים, לפני הסללה. ניגע בפן האחרון, הכשרת מורים ברמה גבוהה ופיתוח מקצועי נרחב לאורך הקריירה. שני המאפיינים האלה קורים בכל המדינות, כאשר יש דרישות קבלה מחמירות למסלולי ההוראה. לא מחמירות כמו למדעי המחשב, אבל יחסית מחמירות. כאשר באמת יש מדינות שבהן המורים לומדים קודם כל ללמד מתמטיקה בגילאים הצעירים, והמטרה של המערכת היא קודם כל להכניס אותם לתוך המקצוע, לאחר מכן הם ממשיכים להתפתח ויכולים גם לעבור ללמד בתיכון. יש מדינות שבהן ההכשרה היא כולה לפני הכניסה למקצוע. ומסלולי ההכשרה הם מאוד ארוכים ויסודיים. הם כולם באורך של חמש שנים או שווים לכך באופן יותר דחוס. הם יכולים להיות או באקדמיה, להיגמר בתואר שני אפילו עם תזה, באסטוניה כל מורה למתמטיקה חייב להיות עם תואר שני ותזה בחינוך מתמטי, או שהם נעשים במסלולים להכשרת מורים שהם לא אקדמיים, גם זה קיים. פיתוח מקצועי מתמשך לאורך הקריירה. אז בכל חמש המדינות שאני מדברת עליהן יש שיעורים מאוד גבוהים של השתתפות בפעילויות של פיתוח מקצועי. יש שוני בהאם זו השתתפות חובה או שזו השתתפות רשות. למשל בקנדה יש ימים מאוד ברורים של השתתפות בפיתוח מקצועי, וגם בסינגפור זה מאוד מאוד מובנה. כמובן שיש רשות. ויש מדינות כמו סלובניה ואסטוניה שזה ממש לא משהו שמשפיע על הרושם מהמורה למתמטיקה, על ההארכה כלפיו, על התגמול שהוא יקבל. אז גם יש שוני בהצמדה בין גמול השתלמות לבין הפעילות שלך. יש מדינות שאתה תתוגמל על זה, ויש מדינות שלא תתוגמל על זה. למשל בסלובניה כל תגמול נעשה רק על כתיבת עבודה, כתיבת ספר, מחקר, לא על השתתפות בשום פעילות. בכל המדינות שנבחנו יש שיעורים מאוד גבוהים של תצפיות שיעור, שימוש במנטורים של הוראת מתמטיקה בפיתוח חומרי ההוראה. כאשר שוב, יש מקומות שזה יותר מובנה, כמו בסינגפור, יש שעות מאוד ברורות. ויש מקומות כמו באסטוניה, שזה נעשה באופן מאוד ספורדי, מורות נפגשות לכוס קפה. יש גם את המבנים הקבועים, אבל יש המון מעטפת שהיא מאוד משוחררת ו-וולונטרית. לסיום, יש כאן דוגמה, צילום מסך של מורים מאסטוניה, שיש להם את איגוד הוראת המתמטיקה באסטוניה, שאני גיליתי בראיונות שהאיגוד הזה נפגש כל שבוע בזום מזה מספר רב של שנים כדי לשתף בחומרי ההוראה, בחידושים. בעצם לא כולם מגיעים למפגשים האלה, זה רק הגרעין הקשה, ואז כל שבוע מעדכנים המורים את כל חבריהם בבית הספר בעדכונים מאותה פגישה. אז זו הייתה נגיעה ממש על קצה המזלג בכל הנתונים שנאספו והתגלו במחקר הזה. אני אשים לכם את הלינק למחקר, לדו"ח המלא שהתפרסם, אתם יכולים לקרוא שם תיאור של כל אחת מהמדינות והעמקה הרבה יותר רחבה על כל אחד מהמאפיינים שהתגלו. זה המייל שלי לכל שאלה. ותודה רבה.

עידו ליטמנוביץ:

תודה רבה לנועה גם על ההדגמות וגם על העקרונות. כפי שאני כתבתי לכם בצ'אט, אנחנו נערוך אחר כך אחרי שלוש ההרצאות דיון קצר. הדיון יהיה על בסיס שאלות שאתם כבר התחלתם להעלות בצ'אט, כיוון שאנחנו משתתפות ומשתתפים רבים וזה יהיה קצת רועש אם כל אחד יקבל את זכות הדיבור. אז שוב תודה רבה לנועה. אנחנו עוברים עכשיו לפרופ' טלי נחליאלי שתתחבר בעצם לעקרון של למידה בהקשר אמיתי, בהרצאה שלה מסתכלים קדימה על הוראות מתמטיקה בחטיבת הביניים. פרופ' טלי נחליאלי היא פרופ' חבר בחוג להוראת מתמטיקה במכללת לוינסקי לחינוך, היא מובילה ושותפה בפרויקטים שונים שמטרתם לזהות פרקטיקות הוראה מעודדות חשיבה, פרויקט "פרקטל - פרקטיקות להוראת מתמטיקה ופיזיקה ו"מחשב"ה - מהלכים מעודדי חשיבה בהוראת מתמטיקה". המחקרים של פרופ' נחליאלי מתמקדים בתקשורת מתמטית בכיתה ובאפיון תהליכי למידה שמעודדים השתתפות אקספלורטיבית של התלמידות והתלמידים. לטלי תואר שלישי בחינוך מתמטי מאוני' חיפה. בבקשה טלי.

טלי נחליאלי:

בוקר טוב עידו ותודה רבה. ותודה רבה לכולכם שאתם כאן הבוקר. אני מקווה שאתם במקום חם ויבש. אני רגע אשתף את המצגת. בסדר? רואים? אז כמו שעידו אמר, אני רוצה להתייחס לסדרה של מפגשים שקיימנו בקיץ שעסקו בהוראת מתמטיקה בחטיבת הביניים ובשאלה לאן אנחנו רוצים ללכת או לאן אנחנו רוצים להגיע. אז כמו שנועה תיארה, ואני אתייחס לא מעט פה להרצאה של נועה, תודה נועה, התוצאות האחרונות של מבחני פיז"ה מראות שהתלמידים של ישראל הם ברמה ממוצעת נמוכה מבחינת ההישגים במתמטיקה. עכשיו, מבחני פיז"ה בעצם בוחנים האם בני נוער יודעים להשתמש במתמטיקה שהם למדו בבית ספר כדי להיות אזרחים תורמים לחברה. מה זה אומר לנו שהתלמידים שלנו מגיעים להישגים נמוכים ביחס לשאר התלמידים ממדינות OECD? מה זה אומר שהם מגיעים להישגים נמוכים במבחנים האלה? האם זה משהו שצריך להטריד אותנו? האם זה משהו שאומר שאנחנו צריכים לעשות משהו בשיעורי מתמטיקה כדי לשנות את זה? ואם כן, מה צריך לעשות? חוץ מזה, בתקופה האחרונה שבה היומיום שלנו השתנה, נראה שהמתמטיקה נכנסת אלינו הביתה בהרבה מאוד צורות בצורה טבעית. ניתוח של גרפים הפך לעשייה יומיומית, המשמעות של גדילה מעריכית רלוונטית לחיים שלנו מעבר לנוסחה שצריך לזכור במבחן במתמטיקה, המושג של קצב שינוי קיבל פתאום משמעות רלוונטית. האם אנחנו רוצים לחנך את התלמידים שלנו להשתתף באופן מושכל בדיונים בנושאים כאלה, להיות ביקורתיים, לשאול שאלות, לנתח נתונים? האם שיעורי מתמטיקה אמורים להכין אותנו להיות שותפים בשיח כזה? על הרקע הזה והתהיות האלה אנחנו ארגנו, אנטולי קורופטוב, בוריס קויצ'ו, ג'ייסון קופר, בועז זילברמן ואני ארגנו סדרה של חמישה מפגשים בקיץ כדי לדון יחד עם אנשי חינוך מתמטי מקהילות שונות בשאלות הבאות. בשאלות של מהן המטרות אשר לשמן אנחנו מלמדים מתמטיקה, מהי המתמטיקה שאנחנו בוחרים ללמד בחטיבת הביניים, ומהן ההזדמנויות ללמידה שאנחנו מעוניינים לזמן לתלמידים. במפגשים האלה השתתפו מורים ואנשי הכשרת מורים ואנשי מחקר בחינוך מתמטיקה ואנשי מדיניות, אנשי משרד החינוך, מתמטיקאים וכך הלאה. והיא אישרה שהחברים צריכים לחשוב לאן אנחנו צריכים להגיע, מה אנחנו רוצים שהתלמידים שלנו ילמדו ואילו הזדמנויות ללמידה יהיו להם בחטיבות הביניים. במהלך המפגשים ניסחנו מסמך מסכם שהמטרה שלו להוות מסמך תשתית שיוגש לוועדת המקצוע. ובהרצאה הזאת אני רוצה להציג כמה מהדילמות בעיקר שזיהינו וכתבנו במסמך. לפני שאני אתייחס באופן ספציפי למפגש, אני רוצה להראות חלק קטן משיעור מתמטיקה. זה סרטון קצר משיעור מתמטיקה בכיתה ח' בנושא של משוואות שקולות, זה היה אחד השיעורים הראשונים בנושא. ואורלי אלבז המורה בכיתה ראתה בספר את שתי המשוואות האלה כפתיחה למשוואות שקולות, וכמי שמלמדת את התלמידים שלה מתוך משמעות והקשר רלוונטי היא בנתה את הסיפור הבא שאותו היא הציגה לתלמידים, סיפרה להם שלפני שבועיים היא עשתה שיפוץ בחדר של הבן שלה והחליפה את הריהוט, שהיא קנתה שולחן וכיסאות וכך הלאה, וגם מאיה החברה שלה התלהבה ממה שהיא ראתה והלכה לקנות ריהוט זהה ושילמה 3200 ש"ח. הדיון שאתם תראו עכשיו, ההתחלה של הדיון, הוא בעצם מה שקרה אחרי

שהיא הציגה להם את הבעיה הזאת. אז אני מקווה שתצליחו לראות טוב. הורדתי את הסרטון באיכות לא מאוד גבוהה כדי שנוכל כולנו לראות, אני מקווה שבאמת יצליח לעבוד. מהחלק הזה בעצם במשך 45 דקות הילדים דנו בקבוצות שונות והגיעו לרעיון של משוואות שהם מבחינתם אותו דבר, משוואות שקולות, ומה זה אומר, מתי אנחנו יכולים לזהות שמשוואות שקולות או לא, מהם התנאים וכך הלאה. ואחת השאלות שאנחנו שואלים זה האם יש ללמידה ולהוראה כאלה מקום בחטיבת הביניים. אני רוצה לפתוח דווקא בהתייחסות למפגש החמישי, שהיה מפגש עם מורים, שבו אנחנו דיברנו עם המורים על למידת מתמטיקה בהקשר מציאותי ולמידת מתמטיקה בהקשר של חקר וגילוי, כמו שנועה הגדירה אותם קודם. בשאלה הראשונה, בחלק הראשון שאלנו את המורים, איך למידת מתמטיקה בהקשר מציאותי באה לידי ביטוי בהוראה שלכם בפועל, ואיך אתם חושבים שהיא צריכה לבוא לידי ביטוי, אם בכלל? השקף הזה הוא שקף מאחד החדרים, אבל הוא היה שקף די מייצג. למעשה המורים באו ואמרו, תקשיבו, בפועל אני לא כל כך מלמד מתמטיקה מתוך איזשהו הקשר, ואם אז בתוך הקשר מתמטי, תלוי איזה שאלות יש בספר בעיקר. אבל אנחנו כן חושבים שכדאי, חשוב ללמד מתוך הקשר גם מתמטי, גם מציאותי. זאת אומרת אנחנו רואים פער בין המצוי והרצוי. לאחר מכן דיברנו ביחד עם המורים על למידה מבוססת גילוי או חקר, בדיוק כמו שנועה הגדירה קודם, שבעצם זאת למידה שבה התלמידים הם שותפים ביצירת הידע בתחום הדעת, זאת אומרת הם עסוקים בפיתוח הידע של עצמם, הם צריכים להבין את הרעיונות. המורה לא נותנת, לא מראה, לא מסבירה את כל המושגים, את הפרוצדורות שצריך לבצע, אלא הילדים עסוקים בפיתוח וגילוי שלהם. ואז שאלנו את המורים את אותן שאלות: איך למידה בדרך של גילוי באה לידי ביטוי בהוראה שלכם בפועל? איך אתם חושבים שכדאי שהיא תבוא לידי ביטוי? וגם כאן ראינו שיש פער מאוד גדול בין המצב המצוי והרצוי, כשבעצם ההזדמנויות שהתלמידים היו מקבלים בכיתה הן בעיקר להשתמש בפרוצדורות שכבר הראו להם, שכבר לימדו אותם. והמורים אמרו שבעצם כדאי אולי ליצור הזדמנויות של למידה מתוך גילוי, זאת אומרת הזדמנויות שבהן התלמידים עצמם עסוקים בפיתוח הפרוצדורות, פיתוח ההמשגה המתמטית וכך הלאה. אני רוצה עכשיו, בעצם בחמשת המפגשים אנחנו זיהינו הרבה מאוד דילמות, ואני רוצה להתייחס כאן לשלוש. אנחנו מציגים אותן בדרך של דילמות כי בעוד שיש דברים שנאמרו בצורה מאוד מפורשת, אנחנו יודעים שיש הרבה סוגיות שיש להן כל מיני צדדים וצריך להתחיל לראות מה עושים עם זה. אז הדילמה הראשונה מתייחסת למקום של אוריינות מתמטית במטרות ההוראה בחטיבת הביניים. מה צריך להיות המקום הזה? והיו קולות שבאו ואמרו "תקשיבו, אוריינות מתמטית צריכה להיות יעד מרכזי". קולות אחרים באו ואמרו, זה אכן יעד חשוב אבל לא היעד המרכזי של הוראת מתמטיקה בחטיבת הביניים. והטענות שתמכו בזה שאוריינות צריכה להיות יעד מרכזי הן דבר ראשון התוצאות של מבחני פיז"ה, שבאים ואומרים, תקשיבו... בעצם באים ואומרים לנו ששיעור גבוה מהתלמידים שלנו הם ברמה מתמטית כזאת שהם לא ידעו להשתמש במתמטיקה שהם למדו כדי להיות אזרחים תורמים לחברה, לכלכלה. זה משהו שאנחנו צריכים לקחת בחשבון. סימן שאנחנו הזנחנו את היעד הזה הרבה מאוד שנים וצריך לחזק אותו. חוץ מזה, אם אנחנו חושבים על תהליכי למידה של התלמידים ובעצם מה זה אומר הלמידה הזאת, אם התלמידים שוכחים הרבה מאוד פעמים אחרי המבחן את מה שהם למדו, אז מה הטעם? יכול להיות שלמידה מתוך הקשר, מתוך משמעות, תביא לכך שתהיה למידה מעמיקה יותר, שיזכרו, ידעו להשתמש בזה גם מחוץ לבית הספר, גם אחרי שיסיימו את בית הספר. הקולות או הטענות שתמכו בזה שאוריינות מתמטית היא חשובה אבל לא יעד מרכזי, זה דבר ראשון שאם נתמקד בעיקר באוריינות מתמטית אז אנחנו עשויים לפספס חלקים חשובים של המתמטיקה. חוץ מזה, בכלל התמקדות בשאלות מסוג מסוים עלולה לרדד את המתמטיקה. זאת אומרת, צריך דבר ראשון לבוא ולראות איך אנחנו מלמדים את המתמטיקה בצורה עשירה. אז הייתה הסכמה די גורפת שאוריינות מתמטית היא חשובה וחשוב ללמד אותה בחטיבת הביניים, אבל שאנחנו צריכים לבחון את אופי השילוב של האוריינות המתמטית בתוכנית הקיימת. דילמה נוספת שהייתה היא לגבי האיזון הדרוש בתוכנית הלימוד בין הוראת מתמטיקה מופשטת תאורטית יותר לבין התייחסות להקשר מציאותי. וכאן היו אלה שטענו שצריך לתת מקום לשני היבטים יחד, והיו אלה שאמרו שצריך להגביל את הוראת המתמטיקה

בהקשר מציאותי, להגביל מאוד. הקולות שטענו שראוי לתת מקום לשני ההיבטים יחד אמרו, תקשיבו, שני היבטים משלימים של המתמטיקה, הם לא סותרים, הם מחזקים אחד את השני, אפשר ללמד מתמטיקה גם בהקשר תוך-מתמטי, לא רק חוץ-מתמטי, וכך לחזק גם כישורי אוריינות מתמטית וגם תוכן מתמטי. ובכלל, שימוש במתמטיקה בעולם חוץ-בית-ספרי זה רכיב מאוד בסיסי בתרבות המתמטית, מן ראוי שהתלמידים שלנו ילמדו את זה, תהיה להם הזדמנות ללמוד. לעומת זאת, הקולות שאמרו שצריך להגביל את הוראת המתמטיקה בהקשר מציאותי באו ואמרו, תקשיבו, תוכנית הלימודים גם ככה עמוסה, אי אפשר להוסיף עוד משהו. חוץ מזה, חלק מההקשרים שהם כביכול מציאותיים הם בעצם מלאכותיים, הם לא באמת משרתים את המטרה. הדילמה השלישית שאני רוצה להתייחס אליה מדברת על האיזון בין למידה שמבוססת על הפעלת פרוצדורה מוכרת לבין למידה מתוך משמעות. מי שאמר, הקולות שטענו שצריך להתמקד בעיקר בלמידה מתוך משמעות באו ואמרו, ברור שצריך ללמד מתוך הבנה. זאת אומרת, צריך לראות את התלמיד, להתייחס אליו כאל אדם חושב וכאל אדם שיכול לתת משמעות לדברים ומן הראוי לזמן לו את ההזדמנויות האלה. ובעצם שאם אנחנו מפחיתים את כמות התרגול, אז יש מספיק זמן כדי ללמד מתוך משמעות. הטענות שבאו ואמרו שצריך להתמקד בעיקר בהפעלת טכניקה או פרוצדורה מוכרת אמרו שהטכניקה היא הבסיס ללמידת מתמטיקה. זאת אומרת, קודם כל שישלטו בטכניקות, שישלטו בפרוצדורות. השליטה הזאת היא תנאי הכרחי להצלחה גם בחטיבה העליונה, זה חשוב, אחת המטרות שלהם זה להצליח בבגרות בסוף. והבנה בלי טכניקה היא לא באמת מספיקה. והתלמידים לא מתרגלים מספיק. ניתן להם לתרגל הרבה יותר, המשמעות תתפתח בהמשך. אז בעצם בכל המפגשים האלה הדברים המרכזיים שאנחנו שמענו, דבר ראשון, שהוראה של אוריינות מתמטית בפרט והוראת מתמטיקה שהיא רלוונטית להתמודדות בחיים בכלל הן מאוד חשובות ומאוד ראוי לשלב אותן כבר בחטיבת הביניים. יש מי שאומר שעוד הרבה קודם, זאת אומרת בבית ספר היסודי. עכשיו, זה נובע בראש ובראשונה מכך שחשוב לנו להתייחס לתלמידים כאל אנשים חושבים, צריך לתת להם הזדמנויות ללמוד מתוך משמעות, צריך לתת להם הזדמנויות לפתח את המושגים המתמטיים בדרכים שהן רלוונטיות להם. אבל שינוי כזה הוא לא פשוט, כי זה שינוי עמוק, שינוי תפיסתי עמוק לגבי מה זה אומר ללמוד מתמטיקה, מה זה אומר ללמד מתמטיקה. ואם רוצים להוביל שינוי כזה, השינוי חייב להיות גורף, שינוי בתוכניות הלימודים, בספרי הלימוד, שינוי בתוכניות ההכשרה וההתפתחות המקצועית של מורים, וכמובן בדרכי היבחנות בבחינות השונות. חוץ מזה, אם אנחנו רוצים שהמורים יובילו שינוי בבית הספר, הם צריכים להבין את הצורך, אנחנו צריכים לחדד את הצורך ואת היתרונות של הוראה שמעודדת למידה מתוך הקשר ומתוך משמעות. אבל גם צריך ללמד את המורים איך להתמודד עם הקשיים הצפויים. הדבר האחרון שאני רוצה להתייחס הוא המצב הנוכחי, עידן הקורונה, שכבר שנה פחות או יותר אנחנו מלמדים את התלמידים מרחוק ומקרוב ובכל מיני דרכים. ואני חושבת ששני דברים שעולים מאוד מאוד חזק זה החשיבות לתת לתלמידים להתפתח כלומדים עצמאיים ולזמן להם הזדמנויות של למידה מתוך עניין. עכשיו, אנחנו מסתכלים על למידה שהיא מתמקדת בפתרון בעיות בהקשר, הקשר מתמטי, הקשר יומיומי. התלמידים יכולים לשבת ביחד ולפתור בעיות ולחשוב ולהעלות רעיונות ולסתור אחד את השני ולשכנע ולהשתכנע, וליצור את אותן הזדמנויות שבהן הם באינטראקציה רלוונטית משמעותית, מפתחים את הידע שלהם, וכל זה כמובן בליווי ותמיכה של מורים. ואני חושבת שההתנסויות שלנו בשנה האחרונה, ההתנסויות גם הטכנולוגיות בשנה האחרונה, עזרו לנו ללמוד יותר ויותר כלים שעוזרים לנו להתאים את ההוראה לתלמידים ולתת להם בדיוק את הזדמנויות הלמידה הרלוונטיות האלה. זהו. ואני אסגור עם ציטוט של היינץ פרוידנטל, שאמר שמה שאנשים צריכים ללמוד זה לא מתמטיקה כמערכת סגורה אלא כפעילות, תהליך מתמטיזציה של המציאות, ואם מתאפשר, אפילו מתמטיזציה של המתמטיקה. וזה מתחבר למתמטיזציה שנועה דיברה עליה בתחילת ההרצאה שלה. אז תודה רבה לכם.

עידו ליטמנוביץ:

תודה רבה, פרופ' טלי נחליאלי, על הצוהר שאת פתחת לנו למפגשים של הקבוצה, לרפלקציה של מורות ומורים למתמטיקה על ההוראה של התחום והדילמות שמתמודדים איתן. וגם הדוברת הבאה שלנו, ד"ר חמוטל דוד, גם היא תפתח לנו צוהר לדילמות האלה, מתוך הניסיון האישי שלה. שם ההרצאה זה "ללמד מתמטיקה להצלחה במצוינות - התבוננות אישית". קורות חיים של ד"ר חמוטל דוד: ד"ר חמוטל דוד היא מחנכת, מורה, חברת הנהלה ומרכזת מקצוע מתמטי בחטיבה העליונה בביה"ס הריאלי בחיפה, והיא גם מנהלת המרכז הארצי למתמטיקה בחינוך העל-יסודי באוני' חיפה. לפני כן ניהלה את הפיתוח של פרויקט "מדרגות לחמש", גישה חדשנית להוראת מתמטיקה באוני' חיפה, ועסקה בהכשרת מורים במסגרת הפקולטה לחינוך. בעלת תואר ראשון, שני ושלישי במתמטיקה ובחינוך מתמטי, כולם מהטכניון. אז חמוטל דוד, בבקשה.

חמוטל דוד:

תודה רבה. אני אשתף את המצגת. עוד רגע. אוקיי, טוב. אני שמחה להיות איתכם. שומעים טוב? שמחה להיות איתכם היום. ומודה על ההזמנה לקחת חלק בכנס. כמו שנאמר, אני אדבר על העבודה שלי, איך אני רואה אותה, סוג של רפלקציה אישית בעצם על תהליך שעברתי. מפאת קוצר הזמן אני מרגישה שאני מדברת על הסוף, על התוצאה, על המקום שאני נמצאת בו היום אחרי עבודה של 30 שנה, כשבעצם אני יכולה לומר שכל המרכיבים למקום הזה שאני נמצאת בו, כל הכלים, כבר כן ניתנו בהכשרת מורים. כמו שאסיים את ההרצאה, הניסיון הוא המורה הטוב ביותר, לאחר שיש לך בסיס טוב. אני רוצה לפתוח בסרטון קצר.

תמלול הסרטון: לא, זו לא ציפור, זה פרפר. פרפר? פרפר. לא, זה פרח. פרח? אהא, הוא יפה. יפה. פרח. אני? זה לא פרח. זה בסדר, הוא יכול לקרוא לי פרח אם הוא רוצה.

חמוטל דוד: אוקיי. הקטע הזה בסרט הילדים "במבי" של וולט דיסני זכור לי עוד מימי ילדותי, ככל הנראה גם בשל הקשר שלו להוראה. אני, מאז שאני זוכרת את עצמי, אני מורה, גם כשהייתי ילדה. בחרתי בכך. הסרטון מדגים בקטע קצר ורגיש היבטים לא מעטים של הוראה בכלל והוראת שפה בפרט, וכך מתאים בעיניי גם להוראת מתמטיקה. אפשר לראות בו למידה מתוך התנסות, למידה מתוך דוגמאות ואי-דוגמאות, חמלה, אמון ביכולת, ומעל הכל אהבה. בעיניי מורה טוב הוא קודם כל אוהב אדם, כזה שיש לו תשוקה לחינוך, תשוקה להוראה, תשוקה להוראה של תחום הדעת, והוא צריך להיות בקיא בו במיוחד. הדברים האלה נמצאים במשולש לפניכם בשקף, כשהדידקטיקה היא יכולת מתפתחת עד לכדי אמנות. בהרצאה אני אציג באמצעות ארבע או שלוש דוגמאות, בהתאם לזמן, את התפיסות שלי בהקשר להוראה. בדוגמה הראשונה, אנחנו מתחילים בבעיה לא כותרת. אני יכולה רק להעיר שמטבע הדברים בשל הניסיון שלי בעבודה, אני עובדת בחטיבה עליונה, תוכלו לעשות השלכות מהחטיבה העליונה גם לחטיבת הביניים, כי הבנתי לפי שתי הדוברות הראשונות שיש פה חשיבה יותר על חטיבת ביניים. אני אעיר הערה, שאני רואה קשר מאוד הדוק גם בין מה שעשיתי בדוקטורט שבו חקרתי סטודנטים ביחס ללמידת חשבון אינפיניטסימלי בטכניון, כך שאפשר לעשות את ההשלכות האלה. בהתאם לזמן, אם יהיה, אני אעיר גם הערות כאלה בסוף. אבל כרגע נתקדם עם ההרצאה הזאת. בקיצור, יש כאן בעיה. אני שולחת תלמידים להסתכל על הסרטוט, לחפש תכונות מעניינות. שאלה פתוחה. בדרך כלל בספרי לימוד אין מהלכים כאלה, ולכן מורים מתחילים, למרות הכשרה בקורסי דידקטיקה מוצלחים, נמנעים מפעילויות כאלה. נחוץ ביטחון ביכולת לנווט את השיעור למקום הרצוי, פתיחות לכיוונים לא צפויים וביטחון בידע מתמטי שיאפשר התייחסות לשאלות וגילויים של תלמידים כדי להעז להתחיל שיעור בצורה כזאת, גם בלי כותרת וגם בלי תוצאות שהילדים צריכים להגיע אליהן. אנחנו ממשיכים, ובדרך כלל מתגלים בסרטוט 3 משולשים שווי שוקיים. 2 מהם דומים זה לזה. אני לא אקדיש זמן לקריאת ההוכחה, אבל פשוט מגלים ש-AC אורכו בדיוק כמו BC בחשבון מאוד פשוט. אני בוחרת להציג מקרה זה כדוגמה פרטית למשפט בדבר חוצה זווית פנימית במשולש. זאת

אומרת, יש כאן מקרה פרטי לחלוטין עם חציית זווית בת 72 מעלות. כדי להגיע לזה כמובן שאנחנו שואלים מי זה הקטע AD ומנסים לשאול מין שאלה מכלילה. זאת אומרת, ומה אם הזוית היא לא בת 60 מעלות? אסטרטגיה של חקר, שינוי תנאים או נתונים חלקיים, כאשר כאן אני משמיטה את התנאי של מידת הזווית. ואנחנו מאפשרים גילוי תכונה שהתגלתה קודם במקרה הפרטי עבור דוגמאות רבות. כמובן, באמצעות ניסוי, אולי מדידות בסרטוטים במחברת, או כמובן בסרטוטים באמצעות תוכנה של גאומטריה דינמית. ובצורה כזאת ההשערה עולה מהתלמידים וצומחת ע"י התנסות, ולא מוצנחת ע"י המורה שהוא בעל הידע והסמכות. הנה כאן ניסוח ההשערה, תכונת חוצה הזווית במשולש. ולאחר הניסוח אנחנו צריכים להוכיח. וגם זאת שאלה שנשאלת, אני חושבת גם בחטיבת ביניים וגם בחטיבה עליונה, האם באמת צריך להוכיח? אני כאן מפרטת את תפיסתי. אין בתוכנית הלימודים במתמטיקה בחטיבה העליונה תכונה, משפט או תהליך שלא ניתנים להצדקה מדויקת באמצעות המושגים ופריטי הידע שנמצאים בידי התלמידים. לכן כדי להשלים את השכנוע וכדי להשלים את התהליך המתמטי, אנחנו ניגשים להוכחת המשפט. ברגע שהמורה לא מוותר על זה, הוא מנחיל לתלמידים את ההבנה מה זאת עשייה מתמטית אמיתית, יחד עם תשוקה לעשייה המתמטית הזאת. כשכאן אני מתייחסת רגע לדברים של נועה וטלי, אין בדוגמה שאני מראה הקשר מציאותי ועדיין אני מוצאת שיכולה להיות בה תשוקה ופעילות משותפת של המורה והתלמידים. בחרתי במשפט הזה למפגש שלנו כמייצג עקרונות דידקטיים רבים. עד כה ראינו כיצד אפשר לזמן לתלמיד תהליך של גילוי שמאפשר את הצמחת המשפט במקום הצנחה שלו. "הצמחה" לעומת "הצנחה", זוג מושגים מנוגדים, אשר לפחות עבורי טבעה אותם פרופ' ניצה מובשוביץ-הדר שהנחתה אותי בעבודת הדוקטורט לפני שנים והיא מורה בחסד. בנוסף, המשפט מאפשר יצירה של שיח מתמטי עשיר והדגמה של עשייה מתמטית יצירתית, היות וניתן להוכיח אותו בדרכים שונות באמצעות בסיס הידע הקיים אצל התלמידים. זכור לי שיעור בו מצאו תלמידיי 9 דרכים שונות, ואציג כאן 3 מהן ולו כדי טעימה. הדוגמה הראשונה, בדוגמה הזאת אנחנו מעריכים את AB, וכאן אחת מהשתיים, או שכמו שכתוב בשקף מעבירים מקביל דרך C לקטע AD ואז משתמשים במשפט תאלס שנלמד קודם ומגיעים לדרוש, או שאומרים שמעריכים את AB כאורך AC ואז חשבון הזוויות הוא מיידי והמקבילות יוצאת. בקיצור, מקבלים את זה. הוכחה שנייה היא בעצם בניית עזר קלה יותר ליוזמה ע"י התלמידים, הם יכולים ליזום העברת מקביל כזה בצורה פשוטה יותר, אבל השיקולים המתמטיים אחר כך בשביל להסתמך עליה טיפה יותר מורכבים. אני לא מתעכבת מפאת קוצר הזמן. ודרך שלישית נשענת על חישוב יחסים בין שטחים. כאשר מסתכלים על המשולש הירוק והמשולש החום, היחס בין השטחים שלהם, היות ויש להם קודקוד משותף, ברור שהוא שווה ליחס בין BD ל-DC. אבל כיוון שנקודה D נמצאת על חוצה הזווית, המרחקים שלה משוקי הזווית שווים זה ולזה. ומכאן אנחנו, אם מחשבים את השטחים של המשולשים האלה עפ"י הגבהים החדשים, אנחנו מקבלים בדיוק את מה שצריך. הוכחה מאוד יפה בעיניי. הבחירה לחשוף לתלמידים הוכחות מרובות או לאפשר להם למצוא הוכחות כאלה בוודאי מושפעת מרמת הכיתה, לא בכל כיתה אנחנו יכולים לעשות את זה, אבל אנחנו יכולים לכוון לכמה אפשרויות אנחנו נכוון את הכיתה. בעיניי הוכחות בדרך כלל מספקות שיטות טיפוסיות לפתרון בעיות, ועל כן התלמידים יוצאים נשכרים מעיסוק בהן. זאת אומרת, אני ממש לא מוותרת על הוכחה של אף משפט. פעילות שמתייחסת לתכונת חוצה הזווית נמצאת גם בפרויקט "מדרגות לחמש", פרויקט שעשינו בהובלת פרופ' רוזה לייקין באוני' חיפה, פרויקט שמדבר על בעיות ברמות אתגר שונות לכיתה הטרוגנית, אז מוזמנים להסתכל גם שם. אני עוברת לדוגמה שנייה, דוגמה מתחום האנליזה, שכאן ממש יותר ברור שאנחנו ברמת מתמטיקה של חטיבה עליונה. כאן אני רוצה להראות עוד שני עקרונות דידקטיים שיכולים להביא לדעתי תלמידים למצוינות והצלחה. שוב, כי יש פה הצמחה של ידע, אבל עכשיו באמצעות דוגמאות גנריות שמתפתחות את הידע. המשימה המוצגת מכוונת לגילוי קשרים בין גרף פונקציה f(x) לגרף של f(x)/1 כשהקשרים עולים בשיח כיתתי באמצעות שני זוגות של פונקציות שעבורם התלמידים כבר יכולים לסרטט גרפים, אני לא מתכוונת באמצעות חקירה של נגזרות וכו'. אנחנו עושים כאן גם התפתחות של קבוצות, של שלשות של פונקציות, באמצעות האסטרטגיה של "מה אם לא?" ויכולים לגלות תכונות. אנחנו מדלגים על הגרף, שוב,

מפאת קוצר זמן. כשאחד הכלים המשמעותיים שאנחנו לומדים הוא פירוק לגורמים. אני לא אתעכב עוד, אני חושבת שכדאי שאנחנו נתקדם. מה שיש כאן, הפונקציה השלישית רק אולי מעוררת איזו שאלה. כלומר f ו-g הם לכאורה f ו- f/1 אבל בעצם f ו-h הם הפונקציה ואחד חלקי שלה. אבל g פשוט החלפנו מונה ומכנה ואז יש לנו עוד דיון שמכוון לדיוק מתמטי. זאת אומרת אחד העקרונות שאני מתייחסת אליו זה דיון ושיח מתמטי מאוד מאוד מדויק, שגם לזה נועה התייחסה בתיאור המחקר שלה, אם אני לא טועה דיברת על זה בסלובניה. דוגמה שלישית מתייחסת לערך של ביטוי של אינטגרל מסוים בין 0 ו-2 של פונקציה x/(x^2 + 4)dx. בכוונה קראתי את כל הסימנים, כדי להבהיר שזה אחד הסמלים המורכבים ביותר בעיניי שתלמיד בחטיבה העליונה פוגש. הכתיב מצומצם ובעל משמעות עשירה. בהצמחת הנושא נדרשת התייחסות למורכבות הזאת, כך לדעתי. תוכנית הלימודים החדשה שמתפתחים במשרד החינוך והיא כרגע בשלבי ניסוי אחרונים מציעה למורים ולתלמידים תהליך שבו מוסבר כל מרכיב בסמל. שוב, גם כאן זה חורג ממסגרת הזמן, אבל זה תהליך מבורך שמכניסים שינוי בתוכנית הלימודים. מי שבקיא בדברים יודע שמורים רבים מתייחסים לטכניקה בלבד, אבל בתוכנית ההיבחנות מה שאנחנו קוראים לה שקיימת היום הנושא הזה נקרא "זיהוי פונקציה ונגזרתה", כשהכוונה היא לא ללמד את מה שבטכניון או באוניברסיטה או בכל מכללה ברמה אקדמית מלמדים, שיטת ההצבה. ברגע שאין לנו, גם כאן איזושהי התייחסות קודם לדוברות שלפניי, הכשרה מאוד מאוד מדויקת של המורים וליווי, הרמזים האלה שנותנות הכותרות בתוכנית הלימודים לא מספיקים עבור המורים. אני מציעה כאן בשקף תהליך מאוד מאוד מדויק שהוא כלי לתלמידים להתמודדות עם הנושא. מי שירצה אחר כך במצגת יסתכל. עידו, נכון ש... אני צריכה טיפה למהר, אז על הדוגמה הרביעית אנחנו נוותר. יש כאן התייחסות לשימוש בתוכנה של גאומטריה דינמית כדי להראות מצבים שבספר נראים מאוד סטטיים ואנחנו חייבים לקחת את התלמידים להבנה יותר עמוקה. לסיכום, אני רוצה לחזור למשולש שלי. אמון בתלמיד ואמון בעצמי הם כלים מאוד מאוד חשובים בשביל להצליח להביא תלמידים למיצוי קודם כל ומצוינות והצלחה. לאחר מכן דידקטיקה, אני קוראת לה אמנות הוראה של מתמטיקה. ראינו עקרונות שלדעתי מובילים אותה. הנכחה של העשייה המתמטית בכל שיעור. שיח מדויק מחד ומסביר מאידך. פתרון שאלות בדרכים שונות. התייחסות לרעיונות ועקרונות רוחביים בתוכנית הלימודים, כמו הרחבות של הגדרות, הוכחות, פונקציות באופן כללי. קישוריות בין נושאים וריבוי ייצוגים. וכמובן יש צורך להתאים לכיתה ולשמור על רמת אתגר. ידע תחום הדעת הוא הבסיס ההכרחי לגמישות הזאת. כדי להצליח באמנות אנחנו חייבים שיהיה לנו ידע עמוק. הגמישות והתעוזה בגיוון דרכי הוראה ובהתאמת השאלות והמשימות לפעילויות לכל כיתה ולכל תלמיד יכולות להתבצע רק עם ידע כזה. ומורה טוב ראוי לו שיהיה מצויד בארגז כלים של שיטות הוראה, בראיית הקשרים בין המושגים המתמטיים, בידע שמתייחס למתמטיקה כשפה שנתמכת ע"י השפה הטבעית ולקשר ההדוק ביניהם, בהבנת תהליכים פסיכולוגיים של החשיבה המתמטית. ורק הניסיון, כמו שאמרתי בהתחלה, מאפשר את מעשה ההוראה כאמנות. אם תרשו לי ואם אתם רוצים אז לסיום אולי הסרטון של במבי יהיה עוד יותר מובן למה הוא כל כך רלוונטי. אז תיהנו ותודה.

תמלול הסרטון: לא, זו לא ציפור, זה פרפר. פרפר? פרפר. לא, זה פרח. פרח? אהא, הוא יפה. יפה. פרח. אני? זה לא פרח. זה בסדר, הוא יכול לקרוא לי פרח אם הוא רוצה.

עידו ליטמנוביץ:

תודה רבה לד"ר חמוטל דוד, לבמבי שכמעט גנב את ההצגה. תודה רבה לשלוש הדוברות. אנחנו שמענו עכשיו בשלוש ההרצאות גם על עקרונות, גם על ההדגמות שלהם, עברנו בשני הצדדים אז בעצם על הדרך גם למדנו אינדוקציה ודדוקציה. והגענו עכשיו לשלב הדיון, הוא יהיה קצר כי אנחנו חרגנו מהזמנים. ואנחנו ננסה כאן עכשיו משהו היברידי. זאת אומרת, מצד אחד אני אקריא שאלות שלכם, מצד שני ננסה טיפה לתת לכם לעלות. אז שאלה ראשונה שאני רוצה להקריא, של אביטל אלבוים כהן, שואלת את נועה ואת טלי: האם לא כדאי לשים על השולחן את הקשיים המערכתיים שמהווים חסמים להצלחה במערכות חינוך כמו ישראל? במילים אחרות, איך מעריכים למידת מתמטיקה במערכת ישראלית נכון להיום, ובאיזו מידה זה שונה מדרך

ההערכה בפיז"ה? השאלה של ג'ייסון קופר היא אם אני מבין נכון קשורה לשאלה הזאת. ג'ייסון קופר שואל על הילדים שלו שעמדו על זכותם, כך הוא כותב, ללמוד למידה לא משמעותית של מתמטיקה חמש יחידות, אבל מדי פעם היו מוכנים לשקוע גם בלמידה משמעותית. והוא שואל למה זה קורה. אז אנחנו בעצם שואלים את שאלת החסמים משני הכיוונים. שמואל ירושלמי, נגיע גם אליך, אני מבטיח.

נועה לורבר-הוס: אני אשמח להתחיל.

עידו ליטמנוביץ: בבקשה נועה.

נועה לורבר-הוס:

אז אני חושבת שהבעיה היא פחות באופן ההערכה שקורה בכל מדינה, אלא יותר באיך שמלמדים. כי בסוף צורת ההערכה היא לאו דווקא מודדת את הטכניקות שבאמצעותן התלמיד פתר את התרגילים, ואופני ההוראה הם יותר מעצבים את ההתמודדות של התלמיד. ואפשר לראות בהתאם שבפיז"ה תלמידים ניגשים בצורה מאוד מאוד שונה לאותו מבחן.

עידו ליטמנוביץ: טלי?

טלי נחליאלי:

אז אני מסכימה עם נועה אבל גם חולקת עליה, ואני אסביר. אני מסכימה ש... אני מאוד מסכימה שאפשר ללמד וכדאי ללמד בצורה שהיא יותר כוללת מתמטיקה בהקשר ומתמטיקה מתוך חקר וגילוי, ומי שילמד כך יעמוד ויצליח מאוד במבחנים כפי שהם היום. אבל אין סיבה אמיתית לעשות את זה. זאת אומרת, לא יעזור כלום, בסוף אנחנו עומדים לקראת מבחן. אני אומרת את זה לא ממקום ציני. אני חושבת שככה אנחנו מתנהלים בחיים בכלל. ואם המבחן לא דורש את זה ויש דרך יותר פשוטה... עכשיו, היא פשוטה לאנשים מסוימים, אני חושבת שהיא מפספסת הרבה מאוד תלמידים בדרך, היא מפספסת וגם תלמידים שהם אולי מצליחים מפסידים חוויית למידה מאוד משמעותית, אבל אם העניין הוא רק להגיע למבחן, כן, אפשר. אז אין ספק שאין סיבה מספיק טובה להתאמץ ולעשות את השינוי. ולכן כן, השינוי חייב יהיה לבוא גם בדרכי ההיבחנות, כדי לאלץ במובן מסוים שינוי מעמיק יותר בדרכי ההוראה והלמידה. וכאן צריך, בדרכי ההיבחנות, צריך לחשוב על הכל מחדש, זה לא משהו שהוא בשלוף, אבל בין היתר לתת משימות שהן משימות שדורשות התמודדות, משימות שהילדים לא, אין להם איזו פרוצדורה מיידית בשלוף. ואם אתה יודע שזה חלק מהעניין, זה פחות מבהיל, אתה מגיע לזה ממקום הרבה יותר מוכן, אפשר להתכונן לזה מראש. אז כן, אני חושבת שאין ברירה אלא לעשות שינוי יותר עמוק בנושא של היבחנות, בוודאי.

עידו ליטמנוביץ: תודה רבה. ד"ר אופיר נווה, שאלת מספר שאלות, אם אתה רוצה לעלות ולסגור אותן ביחד, את השאלות לחמוטל. לאחר מכן אנחנו נבקש משמואל ירושלמי, ונסיים עם ד"ר אלי אייזנברג.

חמוטל דוד: סליחה, עידו, לא הבנתי, אין התייחסות שלי לשאלה הראשונה?

עידו ליטמנוביץ: אני מתנצל, את מוזמנת להתייחס.

חמוטל דוד:

אני רוצה לשאול את הקהל, כלומר לענות בסוג של שאלה, האם מה שהצגתי הוא נראה למידה משמעותית? זאת אומרת, אפשר להבין שלכאורה לא, אבל לדעתי ממש כן. זאת אומרת, יש כאן בשאלה "האם זה כשלון של המורים", אני ממש לא רוצה לומר שזה כשלון המורים, אבל כן מורים זקוקים להכשרה הרבה יותר עמוקה, לליווי מאוד הדוק, כדי להצליח להציף, לאמץ את כל מה שהם למדו בהכשרת מורים. אני לא טוענת שלא לומדים את הדברים האלה, אבל כדי להאמין שאפשר לקחת ילד, גם לגלות או לצקת משמעות ותשוקה

אפילו לפיתוח פרוצדורות, אתה צריך ליווי והכשרה מאוד מאוד טובה של המורים. בעיניי יש משמעות גם לתכנים שכרגע מדינת ישראל מתעקשת לשמר בתוך תוכנית הלימודים שלה. אנחנו הרבה פעמים מדברים בפורומים שונים, אני חברה גם בוועדת המקצוע, על "תפסת מרובה לא תפסת" מפני שתוכנית הלימודים של מדינת ישראל שונה בלא מעט מתוכניות לימודים של ארצות אחרות, גם כאלה שנזכרו במחקר. אבל כאשר אנחנו לא מוותרים, אנחנו משאירים הרבה מאוד גאומטריה, דדוקציה, הוראה של מתמטיקה גבוהה, אני טוענת שאפשר גם פה לעשות למידה מאוד משמעותית וחווייתית.

עידו ליטמנוביץ: תודה חמוטל. אז עכשיו אנחנו נבקש מד"ר אופיר נווה ואחר כך מד"ר שמואל ירושלמי ונסגור עם ד"ר אלי אייזנברג. בבקשה.

אופיר נווה:

כן, תודה. לשאול? יש לי שתי... תודה. יש לי שתי שאלות לחמוטל. לגבי דוגמה 3, לגבי... השאלות הן מתמטיות, זה התחום שאני מכיר. לגבי האינטגרל, זו כן טכניקה שמלמדים באוניברסיטה, אינטגרל שהמונה הוא נגזרת של המכנה. וזה טכני, אין כאן משהו תאורטי. השאלה השנייה לגבי הגרפים של הפונקציות, גם אחרי חלוקת פולינום וגם אחרי פירוק לגורמים מקבלים פונקציות שהן לא אלמנטריות, אז איך אפשר לסרטט אותן ואיך אפשר לסרטט את אחד חלקי הפונקציה? זה שתי השאלות. אני אשמח לראות דוגמה של הסרטוט של g למשל, שהיה שם x^2/((x-3)/(x-3)) איך מסרטטים את זה בלי חקירה ובלי הזזות ושיקופים?

חמוטל דוד:

תראה, השאלה מתי, באיזה שלב בלימודים אתה ניגש לעבודה הזאת. ברגע שיש לך עוגנים כמו נקודות חיתוך עם ציר x, כמו אסימפטוטות אנכיות, כמו אסימפטוטות אופקיות, כמו תחום חיוביות ותחום שליליות, אתה יכול לשער השערה איך נראה הגרף. אני באמת חושבת שאין כאן הזמן והמקום לשתף מסך ולהראות את זה עכשיו. אבל יושבים כאן עוד הרבה מורים שאני בטוחה שככה הם עובדים. אנחנו מעלים השערות, זה לא אומר שהילד בטוח יודע איך נראה הגרף. אנחנו מעלים השערות, נתמכים בתוכנה של גאומטריה דינמית שבודקת את ההשערות שלנו. ומה שהצגתי הוא דיון בדרך, מהלך דידקטי, בדרך אל ניסוח של קשרים בין זוגות כאלה של פונקציות. אז כן זה ממש אפשרי. מתנצלת שאני אומר את זה באופן ברור, אתה חושב בכלים שהם של האקדמיה, לגבי הנגזרת, שהמונה הוא נגזרת של המכנה. הייתה כאן עוד הערה, אם אני לא טועה, יכול להיות שהיא שלך, יכול להיות שהיא של מישהו אחר. יש מי שקורא לאינטגרל הזה אינטגרל מיידי בכלל. מה את בכלל מתעכבת עליו, הוא אינטגרל מיידי, זו בכלל לא שיטת ההצבה. זאת אומרת שיש כאן גם בין מורים למתמטיקה ברמה גבוהה סוג של ויכוח. אין לי ספק שאפשר לפתור את האינטגרל הזה באמצעות מה שנקרא שיטת ההצבה. יחד עם זאת, שיטת ההצבה נחוצה הרבה יותר כאשר צריך למשל לחשב אינטגרל של שורש של 1-(x^2) כשההצבה היא הפוכה. בוא לא ניכנס לזה. מה שאנשי משרד החינוך התכוונו כאשר הכניסו את סוג הפונקציות הזה לרשימת הפונקציות שצריך לדעת למצוא להן פונקציה קדומה, הם התכוונו להעשיר את קבוצת הפונקציות שאפשר לשאול עליהן תלמידים, והתכוונו שמורים יתייחסו לפונקציות כאלה כמעט כמו אינטגרל מיידי, בסוג של נקרא לזה להפעיל חוש לפונקציות. התלמידים צריכים, יש כאן עוד משהו שהוא למידה משמעותית וקישור בעיניי לתשוקה. אני מחנכת תלמידים, סליחה, לאהוב פונקציות. אנחנו מנהלים שיח עם פונקציות, הן צריכות לדבר אלינו. כשאני רואה כזאת פונקציה, אני חושבת לעצמי מה היא מספרת לי. ואני מדברת על הרגע בצורה כזאת, לא מתווכחת איתך באופן מתמטי אם נחוצה שיטת ההצבה או לא.

עידו ליטמנוביץ: תודה חמוטל.